Assicurazione e contratto assicurativo

Consideriamo il problema di assicurarsi contro un sinistro. Vediamo le ragioni per cui può verificarsi il fatto che entrambe le parti (assicurando ed assicuratore) preferiscono sottoscrivere il contratto di assicurazione.
Vedremo il problema ridotto all'osso, per cogliere gli aspetti essenziali.

Valore della cosa assicurata:	V
Probabilità che avvenga il sinistro:	p
Premio:	P
Funzione di utilità dell'assicurando:	u
Funzione di utilità dell'assicuratore:	v

Ricordiamo che si definisce premio equo quel premio che rende uguale (per l'assicurando, ovvero per l'assicuratore: se lo è per l'uno, lo è anche per l'altro) il guadagno atteso per la scelta di assicurarsi a quello per la scelta di non assicurarsi.
Il premio equo è $P_e = p \cdot V$

Esaminiamo la convenienza del contratto di assicurazione dalla parte di assicurando e di assicuratore. Ciascuno di loro deve esprimere la sua preferenza rispetto a due lotterie: una è quella che scaturisce dal fatto di stipulare il contratto di assicurazione, l'altra del fatto di non stipularlo. Si noti che le lotterie tra cui deve scegliere l'assicurando sono diverse da quelle tra le quali deve scegliere l'assicuratore.

Assicurando:
- si assicura: guadagna $-P$ con probabilità 1

- non si assicura: guadagna $\begin{cases} 0 & \text{con probabilità 1-p} \\ -V & \text{con probabilità p} \end{cases}$

Assicuratore:
- non assicura: guadagna 0 con probabilità 1

- assicura: guadagna $\begin{cases} P & \text{con probabilità 1-p} \\ P-V & \text{con probabilità p} \end{cases}$

Verifichiamo che effettivamente per $P = P_e = p \cdot V$ il guadagno atteso per

l'assicurando è identico per entrambe le lotterie:
se si assicura, il guadagno atteso è $-P = -P_e$
se non si assicura, il guadagno atteso è $(1-p)\cdot 0 + p\cdot(-V) = p\cdot(-V) = -P_e$.
Verifichiamolo ora per l'assicuratore:
se assicura, il guadagno atteso è $(1-p)\cdot P + p\cdot(P-V) = (1-p)\cdot p\cdot V + p\cdot(p\cdot V - V) = 0$.
se non assicura, il guadagno atteso è 0

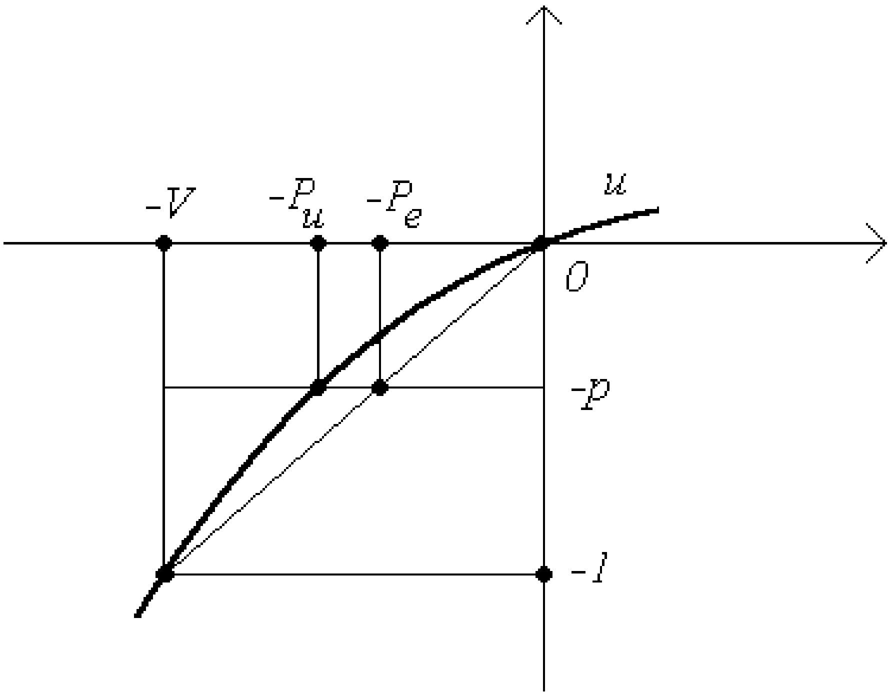
Si noti che, come detto, se il premio è equo dal punto di vista del guadagno atteso per l'assicurando, allora lo è anche dal punto di vista dell'assicuratore, e viceversa. Basta notare come le lotterie tra cui deve scegliere l'assicuratore siano ottenibili da quelle dell'assicurando, scambiando "si assicura" con "non assicura" e "non si assicura" con "assicura", e poi aggiungendo P in tutti i tre casi (ovverro i tre "stati di natura": "avviene il sinistro quando l'assicurazione non è stipulata", "non avviene il sinistro quando l'assicurazione non è stipulata" e "l'assicurazione è stipulata").

Ovviamente, se sia assicurando che assicuratore sono indifferenti al rischio, questo è come dire che il loro criterio di scelta è il guadagno atteso (ovverossia: possiamo in tal caso assumere che u e v siano la funzione identità). Ne segue che per loro è indifferente stipulare oppure no il contratto di assicurazione. Di fatto, in presenza di indifferenza al rischio il contratto di assicurazione non verrà stipulato per la presenza, ineludibile in ogni contratto, dei "costi di transazione". Tutto ciò vale se assumiamo che il premio sia quello "equo", cioè se $P = P_e$. Altrimenti, se $P > P_e$, si vede immediatamente che l'assicurando preferirà non assicurarsi (l'assicuratore invece vorrebbe assicuralo, ma un contratto va sottoscritto in due...). Considerazioni del tutto simmetriche se $P < P_e$.

Supponiamo allora che l'assicurando sia strettamente avverso al rischio, vale a dire che u sia strettamente concava. Sia $-P_u$ l'equivalente certo per l'assicurando della lotteria: 0 con probabilità $1-p$ e $-V$ con probabilità p. Ovverossia, P_u è caratterizzato dal fatto che:

$$u(-P_u) = (1-p)\cdot u(0) + p\cdot u(-V)$$

Per comodità scelgo u tale che sia: $u(0) = 0$ e $u(-V) = -1$.
Allora sarà $u(-P_u) = -p$.
Per la stretta concavità di u, è $-P_u < -p\cdot V = -P_e$.
Ovverossia, $P_u > P_e$.
Il disegno seguente illustra queste considerazioni analitiche:



Sempre per semplicità, considero che l'assicuratore sia indifferente al rischio e quindi scelgo, sempre per comodità, v tale che sia: $v(0) = 0$ e $v(-V) = -1$. Pertanto, $v(x) = x/V$.

Sia allora P t.c. $P_e < P < P_u$. Ho, per l'assicurando:

$$u(\text{mi assicuro}) = u(-P) > u(-P_u) = u(\text{non mi assicuro})$$

Per l'assicuratore:

$$v(\text{assicuro}) = (1-p) \cdot v(P) + p \cdot v(P-V) = \dots$$

$$\dots = \frac{P - p \cdot V}{V} = \frac{P - P_e}{V} > 0 = v(0) = v(\text{non assicuro})$$

Come si vede, entrambi preferiscono stipulare il contratto di assicurazione. E ciò vale per ogni P t.c. $P_e < P < P_u$. Quale sia poi il P che viene effettivamente scelto, dipenderà in senso generale dal "potere contrattuale" dei due soggetti (conseguenza di vari fattori, tra cui la struttura del mercato assicurativo esistente).

L'esempio visto considera, per così dire, l'essenza del contratto assicurativo. Ancora mantenendosi a questo livello di essenzialità si potrebbe fare un caso più generale, per mostrare come ciò che conta davvero non è avere un decisore avverso al rischio ed uno indifferente al rischio, ma avere due decisori con due "gradi" diversi di avversione al rischio (o amore per il rischio). Questa generalizzazione viene lasciata al lettore `:-)`