

Teoria dei Giochi

Corso di laurea specialistica:

Decisioni economiche, impresa e responsabilità sociale, A.A. 2004/05

Esercizi, 3 febbraio 2005

Esercizio 1 Diciamo che un gioco (a due giocatori) $G = (X, Y, f, g)$ è *simmetrico* se $X = Y$ e $f(x, y) = g(y, x)$ per ogni $x, y \in X$.

a) Si provi che, in un gioco simmetrico, se (\bar{x}, \bar{y}) è un equilibrio di Nash, allora (\bar{y}, \bar{x}) è anch'esso un equilibrio.

b) E' vero che in un gioco simmetrico tutti gli equilibri sono del tipo (\bar{x}, \bar{x}) ?

c) E' vero che in un gioco simmetrico c'è sempre un equilibrio del tipo (\bar{x}, \bar{x}) ?

d) I giochi classici come il "dilemma del prigioniero" e la "battaglia dei sessi" sono descritti da me con una tabella nella quale le strategie per I sono T, B e per II sono invece L, R . In altre parole, non abbiamo che $X = Y$. Tuttavia, sembra ragionevole considerare simmetrici anche questi giochi. Riconsiderare la definizione data ed adattarla convenientemente in modo da "coprire" anche questi casi. E' il caso di criticare la definizione data?

Esercizio 2 Nell'esercizio 2 del "foglio" datato 20 gennaio 2005, si può essere indotti a ritenere che una diminuzione dei payoff possa portare addirittura ad un esito migliore per i giocatori.

D'altro canto, le funzioni di utilità di von Neumann-Morgenstern sono definite a meno di trasformazioni lineari strettamente crescenti. Ciò potrebbe indurre a ritenere che l'affermazione precedente non sia significativa. E' una obiezione fondata o no? Occorre fare qualche ulteriore precisazione?

Esercizio 3 Nel seguente gioco ad informazione incompleta (descritto in modo incompleto ...) quanti tipi esistono per i giocatori I e II ? Assegnare dei belief coerenti ai giocatori e verificare se esistono equilibri in strategie pure. Descrivere inoltre il gioco in forma estesa ottenuto mediante la trasformazione di Harsanyi.

| $I \setminus II$ | L | R |
|------------------|--------|--------|
| T | (2, 1) | (0, 0) |
| B | (0, 0) | (1, 2) |

| $I \setminus II$ | L | R |
|------------------|--------|--------|
| T | (1, 2) | (0, 0) |
| B | (0, 0) | (2, 1) |

GIRARE

Esercizio 4 Due giocatori devono scegliere, a turno, una lettera fra $\{A, B, C\}$. Sono ammesse ripetizioni. Ognuno dei due giocatori ha due turni a disposizione.

Si commenti la seguente affermazione:

Ogni “storia” del gioco è identificata da una sequenza di 4 caratteri scelti tra A, B, C . Ad esempio, le seguenti sequenze identificano differenti storie: $AAAA, ABCA, CBAA$, etc. Pertanto, le strategie a disposizione dei due giocatori sono date da tutte le sequenze di questo tipo e quindi sono 3^4 .

Esercizio 5 Trovare tutti gli equilibri correlati per il “pari o dispari”.