

Giochi a somma zero sono belli.

Ogni equilibrio di Nash è efficiente (risultato banale), inoltre tutti gli equilibri di Nash danno payoff uguali a tutti e vale la proprietà di rettangolarità

ESEMPIO su gioco a somma zero e rettangolarità. Abbiamo due equilibri (uno in miste ed uno in pure e li possiamo mischiare come vogliamo):

$R \setminus C$	A	B	C
A	-1, 1	1, -1	0, 0
B	1, -1	-1, 1	0, 0
C	0, 0	0, 0	0, 0

La dim per giochi a somma zero:

Equilibrio di Nash:

$$f(x, y_0) \leq f(x_0, y_0)$$

$$g(x_0, y) \leq g(x_0, y_0)$$

Ma $g = -f$ e allora la seconda condizione diventa:

$$f(x_0, y) \leq f(x_0, y_0)$$

E quindi dire che (x_0, y_0) è equilibrio di Nash è come dire:

$$f(x, y_0) \leq f(x_0, y_0) \leq f(x_0, y)$$

Se anche (x_1, y_1) è equilibrio di Nash:

$$f(x, y_1) \leq f(x_1, y_1) \leq f(x_1, y)$$

$$f(x_1, y_0) \leq f(x_0, y_0) \leq f(x_0, y_1)$$

$$f(x_0, y_1) \leq f(x_1, y_1) \leq f(x_1, y_0)$$

$$f(x_1, y_0) \leq f(x_0, y_0) \leq f(x_0, y_1) = f(x_0, y_1) \leq f(x_1, y_1) \leq f(x_1, y_0)$$

Allora abbiamo che tutti i numeri sono uguali. E quindi ecco che equilibri hanno tutti lo stesso valore e vale la rettangolarità.

$$f(x, y_0) \leq f(x_0, y_0) = f(x_1, y_0) = f(x_1, y_1) \leq f(x_1, y)$$