1 Tentativo di soluzione: maxombra

$(A, B, \preceq_I, \preceq_{II})$ oppure (A, B, f, g)
$(\bar{x}, \bar{y})$ tali che:

$$\left.\begin{array}{c}(\bar{x}, \bar{y}) \succeq_I (x, y) \\ (\bar{x}, \bar{y}) \succeq_{II} (x, y)\end{array}\right\} \forall (x, y) \in X \times Y$$

Problema ovvio: è un miracolo se c'è ...
(2 cartine sovrapposte)
Altro Problema se non è unico, quale scegliere?

1 1	0 0
0 0	1 1

1 1	1 1
0 0	0 0

Ruolo essenziale della possibilità di comunicare prima del gioco.

2 Tentativo di soluzione: strategie dominanti

T	3	0
B	5	1

$A_I = \{T, B\}$ $\quad A_{II} = \{L, R\}$

B domina T $(\bar{x}, y) \succeq (x, y) \forall x \in X,\ \forall y \in Y$
Si noti che non serve conoscere le preferenze del giocatore II.

	L	R
T	3 3	0 5
B	5 0	1 1

Coppia di strategia dominante (B,R) $\rightarrow$ inefficienza.
E problema: anche qui, è raro che ci siano strategie dominanti !

3 equilibrio di Nash

$(\bar{x}, \bar{y})$ tali che:

$$\begin{array}{ll}(\bar{x}, \bar{y}) \succeq_I (x, \bar{y}) & \forall x \in X \\ (\bar{x}, \bar{y}) \succeq_{II} (\bar{x}, y) & \forall y \in Y\end{array}$$

<u>Attenzione:</u> non necessariamente c'è un equilibrio di Nash !

$1 \ -1$	$-1 \ \ 1$
$-1 \ \ 1$	$1 \ -1$

È facile costruire un gioco senza equilibri di Nash (sintomo che in generale non possiamo aspettarci che ci sia un equilibrio di Nash).

Osservazione 3.1 $(\bar{x}, \bar{y})$ *max ombra* $\Rightarrow (\bar{x}, \bar{y})$ *Nash*
$\bar{x}$ *dominante e* $\bar{y}$ *dominante* $\Rightarrow (\bar{x}, \bar{y})$ *Nash*

Quindi Nash ha tutti i problemi dei giochi visti.
E, per l'esistenza? Poi vediamo
Altra grana

2 1	0 0
0 0	1 2

2 equilibri di Nash, diversamente valutati (differiscono rispetto al problema di max)

4 Estensioni miste di un gioco

(X, Y, f, g) X, Y finiti $X = (x_1, ..., x_m)$ $Y = (y_1, ..., y_n)$
Giocare p

Esempio 4.1

5/12	2	-3
7/12	-3	4

Payoff atteso pari a 1/12
$\hat{f}(p, q) = \sum_{1=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} p_i q_j f(x_i, y_j)$

Tutto ciò ha senso? - indipendenza di p e q O.K.
- f,g utilità attesa, o di N-M
Serve tutto ciò?
Si, serve a garantire l'esistenza dell'equilibrio di Nash (Teorema di Nash).