

Tempo: 2 ore e 1/2; risolvere 3 dei 4 esercizi proposti; le risposte agli esercizi 3 e 4 non possono superare le due pagine; non è consentito l'uso di testi, appunti, etc...

GIUSTIFICARE LE RISPOSTE.

Non scrivere la soluzione di esercizi diversi su uno stesso foglio.

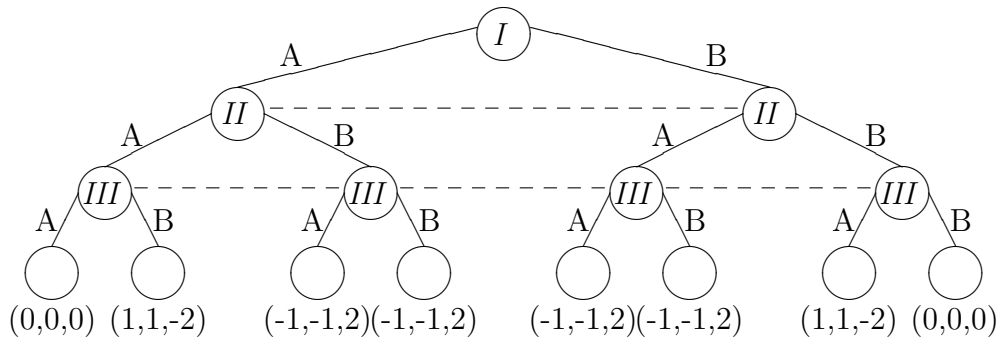
Esercizio 1 A

Tre giocatori *I*, *II* e *III* devono scegliere contemporaneamente tra le alternative A e B. Se i giocatori *I* e *II* scelgono alternative differenti pagano un'unità ciascuno al giocatore *III*; se si coordinano con una scelta differente da quella del giocatore *III* ricevono da questo un'unità ciascuno altrimenti tutti i giocatori hanno un'utilità nulla.

- Scrivere la forma estesa del gioco.
- Scrivere la forma strategica del gioco.
- Determinare gli eventuali equilibri di Nash in strategie pure.

Soluzione

- Una possibile forma estesa è la seguente (altre si possono trovare, in particolare, mutando l'ordine con cui i giocatori si susseguono):



- La forma strategica è:

<i>III</i> = A		
<i>I/II</i>	A	B
A	<u>0</u> , <u>0</u> , <u>0</u>	-1, -1, <u>2</u>
B	-1, -1, <u>2</u>	<u>1</u> , <u>1</u> , -2

<i>III</i> = B		
<i>I/II</i>	A	B
A	<u>1</u> , <u>1</u> , -2	-1, -1, <u>2</u>
B	-1, -1, <u>2</u>	<u>0</u> , <u>0</u> , <u>0</u>

- Gli equilibri di Nash in strategie pure sono (A, A, A) e (B, B, B) .

Esercizio 2 A

Si consideri il seguente gioco in forma strategica:

$I \backslash II$	L	C	R
T	1 1	6 2	7 3
M	2 6	4 4	8 5
B	3 7	5 9	9 8

- Ci sono strategie dominanti o dominate? Quali sono?
- Se ne può trovare la soluzione per eliminazione iterata di strategie dominate?
- Trovarne almeno un equilibrio di Nash, in strategie pure o miste.

Soluzione

- La strategia M è fortemente dominata da B . Altre relazioni di dominanza fra le strategie di I non ce ne sono. Non ci sono relazioni di dominanza fra le strategie di II .
- Eliminata M , la strategia L risulta essere fortemente dominata da C e da R per II . Dopo aver eliminato M ed L , non sussiste più alcuna relazione di dominanza fra le strategie, né per I , né per II . Quindi, l'eliminazione iterata di strategie dominate non individua univocamente un profilo (una coppia) di strategie.
- Il gioco dato non ha equilibri in strategie pure, come si vede dalla descrizione della "best reply" evidenziata nella tabella seguente.

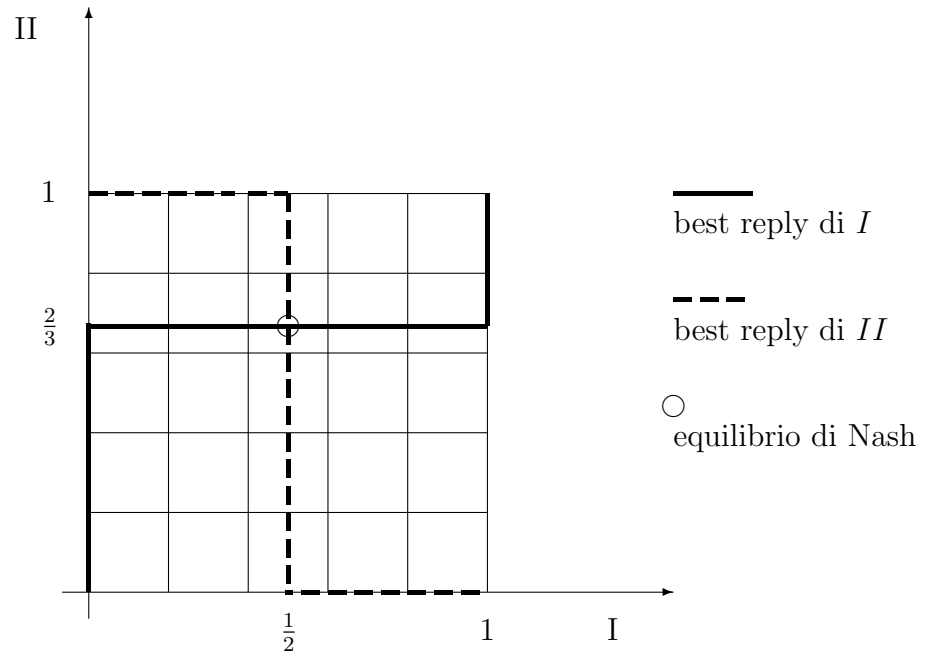
$I \backslash II$	L	C	R
T	1 1	<u>6</u> 2	7 <u>3</u>
M	2 <u>6</u>	4 4	8 5
B	<u>3</u> 7	5 <u>9</u>	<u>9</u> 8

C'è un equilibrio in strategie miste, che prevede che I giochi T e B con probabilità $1/2$ (ed M con probabilità 0), e che II giochi C con probabilità $2/3$ e R con probabilità $1/3$ (ed L con probabilità $1/3$).

Per trovarlo, ci si restringe al gioco depurato delle strategie iterativamente dominate. Indicando con p la probabilità assegnata a T e q quella assegnata a C , i payoff attesi sono:

- per I , $p(3q - 2) - (4q + 9)$
- per II , $q(1 - 2p) - (5p + 8)$

Da qui si deduce facilmente quali siano le migliori risposte per I e per II , che rappresentiamo nel disegno seguente:



Esercizio 3 A

Dopo aver introdotto uno o due esempi significativi, commentare come il fatto che il nucleo di un gioco TU sia vuoto o meno possa influenzare il comportamento dei giocatori.

Esercizio 4 A

Fornire un esempio di equilibrio perfetto nei sottogiochi che sia inefficiente, ed un esempio di equilibrio di Nash che sia paretianamente dominato da un altro equilibrio di Nash. Commentare.