

# Principal - agent

Appunti di

Fioravante PATRONE

<http://www.diptem.unige.it/patrone/default.htm>

versione del 26 maggio 2006

NOTA: il contenuto di questi appunti si ispira (pesantemente!) al cap. 19 di Dutta.

Nel contesto dei contratti assicurativi vi sono due fenomeni rilevanti, che vanno sotto il nome di “moral hazard” (azzardo morale (?)) e “adverse selection” (selezione avversa).

Entrambi questi fenomeni derivano da asimmetrie informative. Nel caso della “adverse selection” siamo di fronte al fatto che l’assicurazione ha minori informazioni su caratteristiche (rilevanti per il contratto) dell’assicurato di quanto non ne abbia l’assicurato stesso. Il termine “moral hazard” si riferisce al fatto che l’assicurazione non è in grado di osservare tutte le azioni (rilevanti per il contratto) dell’assicurato; si parla anche di problema della “azione nascosta”.

Aspetti di “moral hazard”, ovvero asimmetrie informative connesse alla non (completa) osservabilità di azioni compiute da una delle due parti coinvolte in una situazione di interazione strategica sono molto diffusi. Si parla, in generale, di modelli “principal-agent” quando si considerano questi aspetti in un contesto generale, non riferito esclusivamente al contesto assicurativo. Colui che viene identificato come “principal” è l’agente meno informato (ma, di solito, ha la possibilità di scegliere la “game form”, o per lo meno di fissarne alcune sue caratteristiche), mentre l’“agent” è colui che compie la “azione nascosta”.

Esempi di relazioni principal - agent sono:

- proprietario di una azienda (shareholder) - manager
- cliente - fornitore di un servizio (cliente - avvocato; paziente - dottore; proprietario di un’auto - meccanico)
- azienda - agente delle vendite

Per fissare le idee, considero la relazione intercorrente fra proprietario di una azienda (principale) e manager (agente).

Gli elementi essenziali sono:

- il principale sceglie lo schema di retribuzione
- l’agente può compiere azioni diverse (caratterizzate da un diverso “sforzo”)

- il risultato dipende dall'azione dell'agente ma anche da fattori aleatori (stato di natura)
- l'agente sceglie la sua azione dopo che il principale ha scelto lo schema retributivo
- l'agente (ovviamente (?)) sa quale è l'azione che compie (il suo "sforzo")
- il principale non può osservare né l'azione dell'agente, né lo stato di natura; osserva invece il risultato, ovvero il profitto che ne consegue

L'esito della interazione strategica è costituito da tre elementi:

- i soldi pagati dal principale all'agente:  $w$
- il risultato (profitto)  $\pi$
- lo sforzo fatto dall'agente:  $e$

E' ragionevole immaginare che la valutazione che i due giocatori danno dell'esito finale (ovvero la loro funzione di utilità) dipenda da:

- per il principale, da  $w$  e  $\pi$
- per l'agente, da  $w$  ed  $e$

Anzi, assumeremo che le funzioni di utilità per entrambi i giocatori siano "separabili" nei tre fattori che costituiscono l'esito finale complessivo. Ovvero, dato un esito  $(w, \pi, e)$ :

- l'utilità del principale è  $u_P = \pi - w$  (si noti che stiamo assumendo che il principale sia indifferente al rischio)
- l'utilità dell'agente è  $u_A = u_w(w) - u_e(e)$  (la funzione  $u_w$  rappresenta l'utilità del denaro per l'agente; la  $u_e$  rappresenta la "disutilità"<sup>1</sup> dello sforzo per l'agente)

Il modello che tratteremo con un po' di dettaglio prevede tre diversi livelli di profitto:  $g, m, b$  (good, medium, bad) e due livelli di sforzo:  $H, L$  (high, low). Per semplificare, indicherò con  $d_H$  la "disutilità" associata allo sforzo  $H$  e con  $d_L$  quella associata a  $L$ .

Pensiamo, inoltre, di solito di avere a che fare con una opportuna "funzione di trasformazione" che converte lo sforzo in profitto, ma che dipende anche

---

<sup>1</sup>Si parla di "disutilità" per la banale ragione che abbiamo deciso di metterci davanti un segno meno. . . D'altronde, è la scelta migliore da fare, volendo parlare di questa cose. Sia chiaro, c'è sotto il fatto di ritenere che lo sforzo lavorativo sia qualcosa di "cattivo" per l'agente. Non sempre è così. Ad esempio, per molti ricercatori universitari, non è affatto vero. Il che mette in evidenza due aspetti: uno, banale, che i meccanismi di incentivo standard potrebbero non funzionare con il lavoro universitario (riformatori, attenti!); due, che forse occorre riflettere un po' su come vada interpretato, a cosa si riferisca esattamente, lo "sforzo" dell'agente in questi modelli "principal-agent".

dallo “stato di natura”. Una funzione  $\phi : Y \times S \rightarrow \mathbb{R}$ . Qui  $Y$  indica l’insieme dei possibili “sforzi” (nel caso semplice che tratteremo,  $Y = \{H, L\}$ ), mentre  $S$  indica l’insieme degli stati di natura.

Ovviamente non ci interessa molto conoscere  $S$ . Ciò che ci interessa è la probabilità con la quale, ad una data azione dell’agente, corrisponde un dato livello di profitto. Anzi, visto che abbiamo deciso che i livelli di profitto sono tre, quello che ci interessa è:

-  $p_g^H$ : la probabilità che il profitto sia pari a  $g$  se lo sforzo esercitato dall’agente è  $H$

-  $p_m^H$ : la probabilità che il profitto sia pari a  $m$  se lo sforzo esercitato dall’agente è  $H$

-  $p_b^H$ : la probabilità che il profitto sia pari a  $b$  se lo sforzo esercitato dall’agente è  $H$

e, similmente:

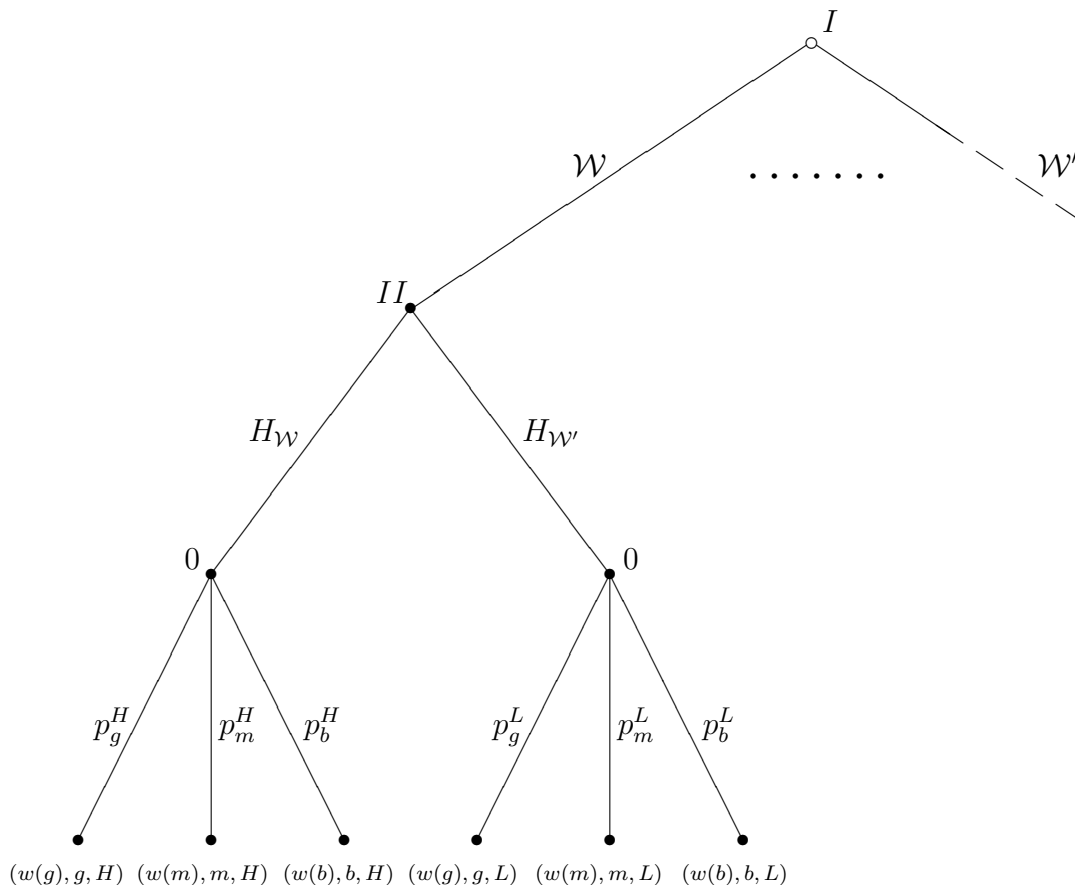
-  $p_g^L$ : la probabilità che il profitto sia pari a  $g$  se lo sforzo esercitato dall’agente è  $L$

-  $p_m^L$ : la probabilità che il profitto sia pari a  $m$  se lo sforzo esercitato dall’agente è  $L$

-  $p_b^L$ : la probabilità che il profitto sia pari a  $b$  se lo sforzo esercitato dall’agente è  $L$

Nel caso particolare che vedremo (stesso caso analizzato da Dutta), assumeremo che:  $(p_g^H, p_m^H, p_b^H) = (0.6, 0.3, 0.1)$  e che  $(p_g^L, p_m^L, p_b^L) = (0.1, 0.3, 0.6)$ . Come si vede, uno sforzo elevato da parte dell’agente conduce, mediamente, ad un profitto più elevato che non se lo sforzo è basso.

E’ conveniente usare una rappresentazione della situazione con un gioco in forma estesa (ne daremo una rappresentazione parziale).



In figura abbiamo indicato gli esiti.

Con  $\mathcal{W}$  indichiamo lo schema di pagamento. Ovvero, la funzione che in corrispondenza del profitto osservato associa la paga (concordata).

Per esempio:

- nel caso di paga fissa:  $w(g) = w(m) = w(b) = \bar{w}$
- nel caso di puro franchising:  $w(g) = g - f$ ;  $w(m) = m - f$ ;  $w(b) = b - f$

In generale, avremo:  $w(g) = w_g$ ;  $w(m) = w_m$ ;  $w(b) = w_b$ . Cosa che possiamo riscrivere così (per mettere in evidenza che vi è una “paga base” cui si aggiunge una parte che possiamo interpretare come un incentivo):  $w(g) = w_b + \hat{w}_g$ ;  $w(m) = w_b + \hat{w}_m$ ;  $w(b) = w_b$ .

Possiamo osservare che, nel caso di paga fissa, tutto il rischio è accollato al proprietario (o “principale”), mentre per converso in uno schema di fran-

chising questo è scaricato completamente sul manager (o “agente”). Che la scelta ottimale dello schema retributivo preveda l’uso di una paga fissa, o di un franchising puro, o invece una soluzione intermedia fra i due, dipenderà naturalmente dal valore assunto dai parametri che intervengono nel modello. Noto che, nel caso di “moral hazard” in senso stretto (cioè, nel contesto assicurativo), la presenza di una franchigia sui sinistri corrisponde alla scelta di uno schema “intermedio”.

Per trasformare la game form in gioco possiamo usare le funzioni di utilità come sopra descritte:

- per  $I$  (principale), con  $u_P = \pi - w$ . Quindi ai sei esiti sopra rappresentati associamo i seguenti valori della funzione di utilità per  $I$ :  $g - w(g)$ ,  $m - w(m)$ ,  $b - w(b)$  e gli stessi identici valori negli altri tre nodi terminali:  $g - w(g)$ ,  $m - w(m)$ ,  $b - w(b)$

- per  $II$  (agente), con  $u_A = u_w(w) - u_e(e)$ . Quindi ai sei esiti associamo i valori di utilità per  $II$ :  $u_w(w(g)) - d_H$ ,  $u_w(w(m)) - d_H$ ,  $u_w(w(b)) - d_H$ , e  $u_w(w(g)) - d_L$ ,  $u_w(w(m)) - d_L$ ,  $u_w(w(b)) - d_L$

A questo punto, il gioco può essere agevolmente risolto per induzione a ritroso. Trovando la scelta ottimale del manager (agente) per ogni schema di pagamento. E trovando poi, a ritroso, lo schema preferibile per il proprietario (principale).

## 1 Bibliografia

Dutta, Prajit K. (1999): *Strategies and Games: Theory and Practice*, MIT Press, 1999.