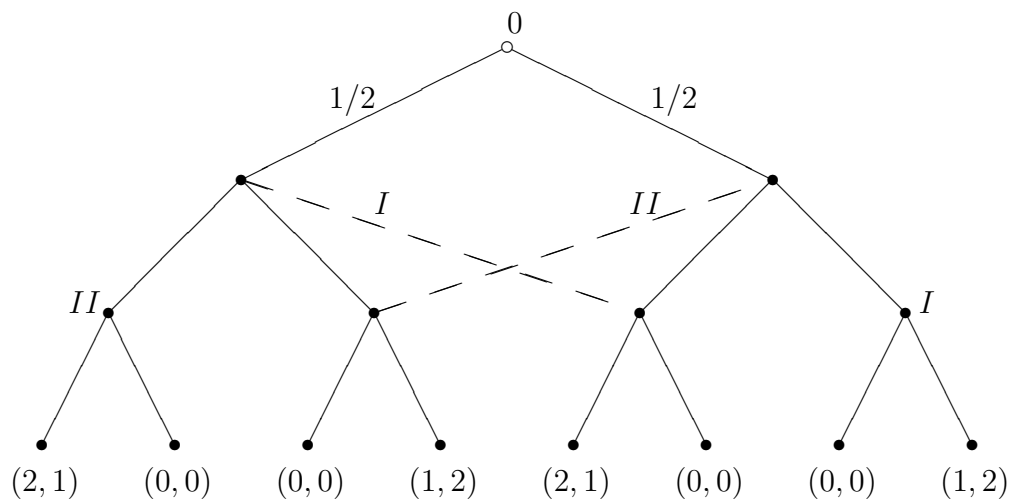


Teoria dei giochi applicata alle scienze sociali, esame 4 luglio 2006, foglio A
 Laurea Specialistica in Ingegneria Gestionale, Politecnico di MI, 2005/06

Tempo: 2 ore e 1/2; risolvere 3 dei 4 esercizi proposti; le risposte agli esercizi 3 e 4 non possono superare le due pagine; non è consentito l'uso di testi, appunti, etc... GIUSTIFICARE LE RISPOSTE.

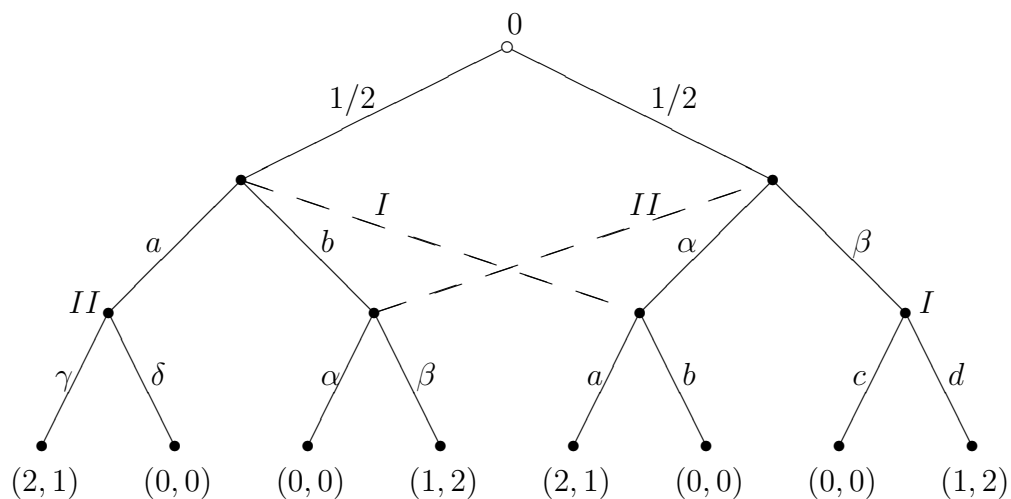
Esercizio 1 Si consideri il seguente gioco in forma estesa:



- etichettare in modo appropriato i rami e scriverne la forma strategica;
- determinarne gli equilibri di Nash in strategie pure (se esistono);
- trovarne gli equilibri perfetti nei sottogiochi (se esistono);
- descrivere a parole la situazione di interazione strategica qui modellizzata

Soluzione

Una possibile etichettatura è data da:



La forma strategica è:

| $I \backslash II$ | $\alpha\gamma$ | $\alpha\delta$ | $\beta\gamma$ | $\beta\delta$ |
|-------------------|----------------|----------------|---------------|---------------|
| ac | (2, 1) | (1, 1/2) | (1, 1/2) | (0, 0) |
| ad | (2, 1) | (1, 1/2) | (3/2, 3/2) | (1/2, 1) |
| bc | (0, 0) | (0, 0) | (1/2, 1) | (1/2, 1) |
| bd | (0, 0) | (0, 0) | (1, 2) | (1, 2) |

Equilibri di Nash sono: $(ac, \alpha\gamma)$, $(ad, \beta\gamma)$ e $(bd, \beta\delta)$

Il gioco dato ha due sottogiochi propri:



Le restrizioni dei profili di strategie $(ac, \alpha\gamma)$ e $(bd, \beta\delta)$ a questi sottogiochi non individuano strategie di equilibrio (il primo equilibrio prevede l'uso di c nel sottogioco “di destra” ed il secondo l'uso di δ in quello “di sinistra”).

L'unico equilibrio perfetto nei sottogiochi è quindi: $(ad, \beta\gamma)$.

Esercizio 2 Si consideri il TU-game $(\{1, 2, 3, 4\}, w)$ tale che $w(S) = 0$ per ogni $S \in \{\{3\}, \{4\}, \{3, 4\}\}$; $w(S) = 1$ per ogni $S \subseteq \{1, 2, 3, 4\}$, $S \neq \emptyset$, $S \notin \{\{3\}, \{4\}, \{3, 4\}\}$.

- Si determini il valore Shapley del gioco $(\{1, 2, 3, 4\}, w)$.
- Dire se il valore Shapley sta nel nucleo del gioco e se ci sono altre allocazioni che stanno nel nucleo.
- Se interpretiamo l'insieme dei giocatori come un comitato e le coalizioni per cui $w(S) = 1$ come quelle che sono in grado di far approvare la mozione che supportano, che osservazioni vi sembra opportuno fare?

Soluzione Vedi foglio C

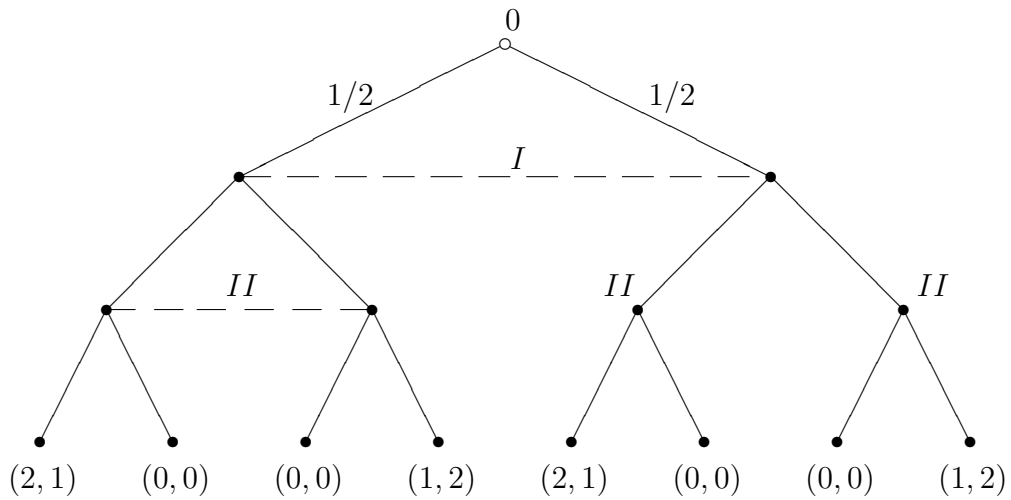
Esercizio 3 Presentare e discutere alcuni modelli di oligopolio.

Esercizio 4 Gioco e game form: descrivere sinteticamente questi due modelli di base e metterne in rilievo le differenze essenziali.

Teoria dei giochi applicata alle scienze sociali, esame 4 luglio 2006, foglio B
 Laurea Specialistica in Ingegneria Gestionale, Politecnico di MI, 2005/06

Tempo: 2 ore e 1/2; risolvere 3 dei 4 esercizi proposti; le risposte agli esercizi 3 e 4 non possono superare le due pagine; non è consentito l'uso di testi, appunti, etc... GIUSTIFICARE LE RISPOSTE.

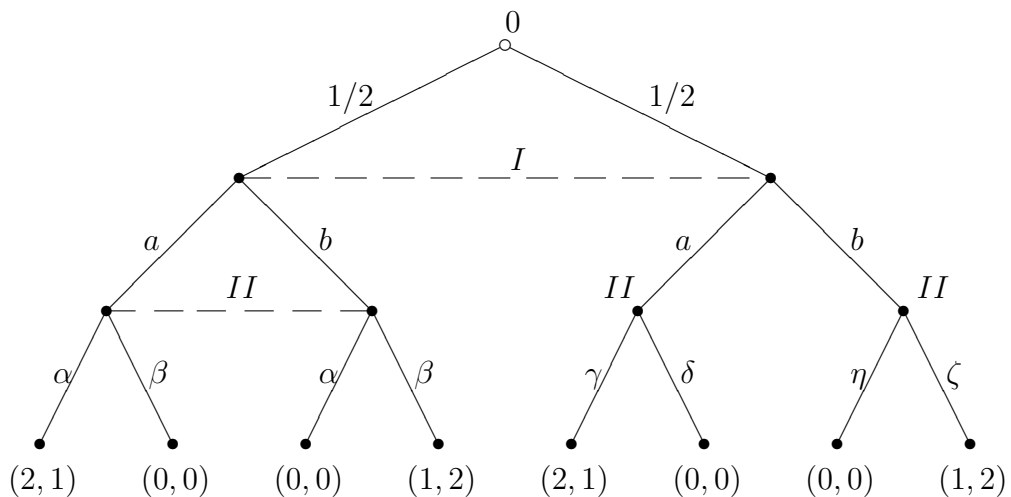
Esercizio 1 Si consideri il seguente gioco in forma estesa:



- etichettare in modo appropriato i rami e scriverne la forma strategica;
- determinarne gli equilibri di Nash in strategie pure (se esistono);
- trovarne gli equilibri perfetti nei sottogiochi (se esistono);
- descrivere a parole la situazione di interazione strategica qui modellizzata

Soluzione

Una possibile etichettatura è data da:



La forma strategica è:

| $I \backslash II$ | $\alpha\gamma\eta$ | $\alpha\gamma\zeta$ | $\alpha\delta\eta$ | $\alpha\delta\zeta$ | $\beta\gamma\eta$ | $\beta\gamma\zeta$ | $\beta\delta\eta$ | $\beta\delta\zeta$ |
|-------------------|--------------------|---------------------|--------------------|---------------------|-------------------|--------------------|-------------------|--------------------|
| a | (2, 1) | (2, 1) | (1, 1/2) | (1, 1/2) | (1, 1/2) | (1, 1/2) | (0, 0) | (0, 0) |
| b | (0, 0) | (1/2, 1) | (0, 0) | (1/2, 1) | (1/2, 1) | (1, 2) | (1/2, 1) | (1, 2) |

Equilibri di Nash sono: $(a, \alpha\gamma\eta)$, $(a, \alpha\gamma\zeta)$, $(b, \beta\gamma\zeta)$, $(a, \beta\delta\zeta)$

Il gioco dato ha due sottogiochi propri:



Le restrizioni dei profili di strategie: $(a, \alpha\gamma\eta)$ e $(b, \beta\delta\zeta)$ a questi sottogiochi non individuano strategie di equilibrio (il primo equilibrio prevede l'uso di η nel sottogioco “di destra” ed il secondo l'uso di δ in quello “di sinistra”).

Gli equilibri perfetti nei sottogiochi sono quindi: $(a, \alpha\gamma\zeta)$, $(b, \beta\gamma\zeta)$.

Esercizio 2 Si consideri il TU-game $(\{1, 2, 3, 4\}, w)$ tale che $w(S) = 0$ per ogni $S \in \{\{2\}, \{3\}, \{2, 3\}\}$; $w(S) = 1$ per ogni $S \subseteq \{1, 2, 3, 4\}$, $S \neq \emptyset$, $S \notin \{\{2\}, \{3\}, \{2, 3\}\}$.

- Si determini il valore Shapley del gioco $(\{1, 2, 3, 4\}, w)$.
- Dire se il valore Shapley sta nel nucleo del gioco e se ci sono altre allocazioni che stanno nel nucleo.
- Se interpretiamo l'insieme dei giocatori come un comitato e le coalizioni per cui $w(S) = 1$ come quelle che sono in grado di far approvare la mozione che supportano, che osservazioni vi sembra opportuno fare?

Soluzione Vedi foglio C

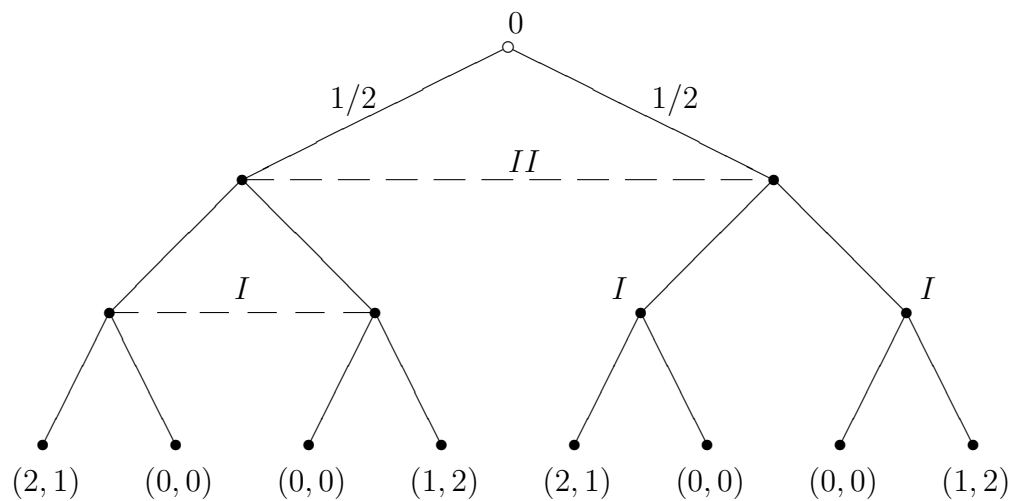
Esercizio 3 Presentare e discutere alcuni modelli di oligopolio.

Esercizio 4 Gioco e game form: descrivere sinteticamente questi due modelli di base e metterne in rilievo le differenze essenziali.

Teoria dei giochi applicata alle scienze sociali, esame 4 luglio 2006, foglio C
 Laurea Specialistica in Ingegneria Gestionale, Politecnico di MI, 2005/06

Tempo: 2 ore e 1/2; risolvere 3 dei 4 esercizi proposti; le risposte agli esercizi 3 e 4 non possono superare le due pagine; non è consentito l'uso di testi, appunti, etc... GIUSTIFICARE LE RISPOSTE.

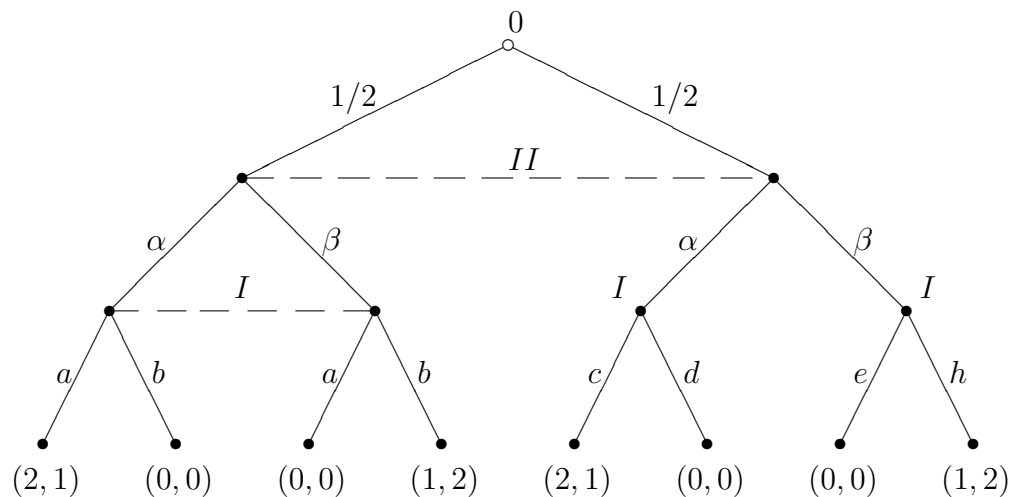
Esercizio 1 Si consideri il seguente gioco in forma estesa:



- etichettare in modo appropriato i rami e scriverne la forma strategica;
- determinarne gli equilibri di Nash in strategie pure (se esistono);
- trovarne gli equilibri perfetti nei sottogiochi (se esistono);
- descrivere a parole la situazione di interazione strategica qui modellizzata

Soluzione

Una possibile etichettatura è data da:



| $I \setminus II$ | α | β |
|------------------|----------|----------|
| <i>ace</i> | (2, 1) | (0, 0) |
| <i>ach</i> | (2, 1) | (1/2, 1) |
| <i>ade</i> | (1, 1/2) | (0, 0) |
| <i>adh</i> | (1, 1/2) | (1/2, 1) |
| <i>bce</i> | (1, 1/2) | (1/2, 1) |
| <i>bch</i> | (1, 1/2) | (1, 2) |
| <i>bde</i> | (0, 0) | (1/2, 1) |
| <i>bdh</i> | (0, 0) | (1, 2) |

Il resto dell'esercizio prosegue in modo analogo alla versione B.

Esercizio 2 Si consideri il TU-game $(\{1, 2, 3, 4\}, w)$ tale che $w(S) = 0$ per ogni $S \in \{\{1\}, \{4\}, \{1, 4\}\}$; $w(S) = 1$ per ogni $S \subseteq \{1, 2, 3, 4\}, S \neq \emptyset, S \notin \{\{1\}, \{4\}, \{1, 4\}\}$.

- Si determini il valore Shapley del gioco $(\{1, 2, 3, 4\}, w)$.
- Dire se il valore Shapley sta nel nucleo del gioco e se ci sono altre allocazioni che stanno nel nucleo.
- Se interpretiamo l'insieme dei giocatori come un comitato e le coalizioni per cui $w(S) = 1$ come quelle che sono in grado di far approvare la mozione che supportano, che osservazioni vi sembra opportuno fare?

Soluzione

Il valore Shapley di questo gioco può essere ricavato utilizzando direttamente le sue proprietà, senza usare alcuna formula.

I giocatori 1 e 4 sono simmetrici tra loro e lo stesso vale per 2 e 3.

Inoltre, i giocatori 1 e 4 sono "null player", quindi il loro valore Shapley vale 0: $\Phi_1(w) = \Phi_4(w) = 0$.

Per la condizione di "efficienza" (uso le virgolette, visto che il gioco non è superadditivo), ricaviamo che $\Phi_2(w) + \Phi_3(w) = 1$ e quindi grazie alla condizione di simmetria si ha: $\Phi_2(w) = \Phi_3(w) = 1/2$.

L'allocazione $(0, 1/2, 1/2, 0)$ non sta nel nucleo, visto che $\Phi_2(w) = 1/2 < w(2)$.

Il nucleo è comunque vuoto. Infatti, una allocazione (x_1, x_2, x_3, x_4) , per appartenere al nucleo, dovrebbe soddisfare le condizioni: $x_1 \geq w(1) = 0$, $x_2 \geq w(2) = 1$, $x_3 \geq w(3) = 1$, $x_4 \geq w(4) = 0$. Da cui: $\sum_{i=1}^4 x_i \geq 2$. D'altronde, la condizione di "efficienza" già menzionata dice che deve essere:

$\sum_{i=1}^4 x_i = 1$. Abbiamo quindi due condizioni incompatibili e pertanto il nucleo è vuoto.

Vediamo comunque di calcolare il valore Shapley usando la tabella delle permutazioni:

| permutazione | 1 | 2 | 3 | 4 |
|--------------|---|-----|-----|---|
| 1234 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1243 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1324 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 1342 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 1423 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1432 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 2134 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 2143 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 2314 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 2341 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 2413 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 2431 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 3124 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 3142 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 3214 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 3241 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 3412 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 3421 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 4123 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 4132 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 4213 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 4231 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 4312 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 4321 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| totale | 0 | 12 | 12 | 0 |
| valore Sh. | 0 | 1/2 | 1/2 | 0 |

Esercizio 3 Presentare e discutere alcuni modelli di oligopolio.

Esercizio 4 Gioco e game form: descrivere sinteticamente questi due modelli di base e metterne in rilievo le differenze essenziali.