Paradosso di S. Pietroburgo

Paradosso di S. Pietroburgo
Sia data la seguente lotteria,

premio	\$2	\$4	\$8	\$16	...	...	2^k	...
moneta	H	TH	TTH	$TTTH$	...	...	$TT\dots TH$	...
probabilità	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2^2}$	$\frac{1}{2^3}$	$\frac{1}{2^4}$	...	...	$(\frac{1}{2})^k$	...

dove H = Head ("Testa") e T = Tail ("Croce")

Osservazione 1 *La probabilità di $TTTH$ (cioè al 1° lancio esce T, al 2° lancio esce T, al 3° lancio esce T, e al 4° lancio esce H) è il prodotto delle probabilità dei singoli eventi in quanto indipendenti, $Prob(TTTH) = Prob(T) \cdot Prob(T) \cdot Prob(T) \cdot Prob(H)$).*

Guadagno atteso: $\mathbb{E} = 2 \cdot \frac{1}{2} + 2^2 \cdot \frac{1}{2^2} + 2^3 \cdot \frac{1}{2^3} + \cdots + 2^k \cdot \frac{1}{2^k}$

Se si considerano infiniti lanci:

$$1 + 1 + 1 + \cdots = \sum_{n=1}^{+\infty} 1 = \infty$$

Quindi una persona che utilizzi il criterio del guadagno atteso dovrebbe essere disposta a pagare una somma anche elevatissima per acquistare un biglietto di questa "lotteria".
Tuttavia, empiricamente la somma che una persona è disposta a pagare è invece piuttosto bassa.
La funzione guadagno atteso non è la scelta giusta.
Potremmo considerare la funzione d'utilità $u(x) = 4\sqrt{x}$.

Problema 1 Si possono immginare ragioni di tipo diverso, oltre a quella messa in evidenza da Bernoulli, sul perché uno non sia disposto a scommettere una cifra piuttosto elevata. Trovatene qualcuna.