1 Implementazione: introduzione alla formalizzazione

Gli elementi essenziali saranno un insieme di *giocatori*, un insieme dentro al quale mettiamo tutti i possibili oggetti di scelta finale, le preferenze dei giocatori (tutte le preferenze possibili dei giocatori) e la classe dei giochi che possono essere chiamati a giocare.
L'idea è che *uno*, padrone, boss, principale, governo, costituente, etc ..., abbia una ben fissata *norma* che sulla base delle preferenze dei giocatori determina una scelta finale (perché è quella giusta, perché è quella che conviene di più al boss, etc ...). Però questo *uno* non conosce le preferenze dei *giocatori.* Per ottenere il risultato desiderato, allora, deve escogitare un opportuno gioco che, *giocato dai giocatori*, produca il risultato finale desiderato.
Ci occuperemo della formalizzazione di questi discorsi. Premettendo un rapido cenno al problema della *social choice* così come è stato formulato da Arrow.

Scelte sociali

Abbiamo n individui ($\{1, \ldots, n\} = N$). Abbiamo un insieme finito C di possibili oggetti di scelta. Assumeremo che ogni individuo i abbia preferenze su C, espresse da un preordine totale $\succeq_i$.
La n-upla ordinata $(\succeq_1, ..., \succeq_n)$ verrà detta *profilo di preferenze.* Verrà indicato con $\mathcal{P}$ un'insieme di profili di preferenze. Mentre R indicherà l'insieme di tutti i preordini totali su C[1].

Una *social choice rule* è una corrispondenza $f : \mathcal{P} \rightrightarrows C$. Cioè f seleziona un *sottoinsieme* non vuoto di C per ogni profilo in $\mathcal{P}$.

Esempio 1 f sceglie gli elementi preferiti da 1 a N (regola dittatoriale, con dittatore l'individuo 1).

Esempio 2 f sceglie gli elementi non dominati nel senso di Pareto.

Esempio 3 A ogni elemento di C assegniamo un punteggio sulla base delle preferenze dei vari individui e poi sommiamo (regola di Borda). f sceglie gli elementi di C che ottengono il punteggio massimo.

C'è un modo per *costruire* una social choice rule *accettabile*? La risposta

[1] N.B.: Attenzione: gli elementi di $\mathcal{P}$ sono n-uple di preordini totali, mentre gli elementi di R sono preordini totali

data da Arrow è negativa, per lo meno se si considerano delle *social choice rule* esprimibili mediante aggregazione di preferenze. Cioè, se a ogni profilo di preferenze in $\mathcal{P}$ vogliamo associare un preordine totale su C.

Diremo *social welfare function* una $\Phi : \mathcal{P} \to R$. Ovviamente, data una Φ possiamo ottenere facilmente una f, scegliendo l'elemento (o gli elementi) di C che sono preferiti per il preordine totale $\Phi(\succeq_1, \dots, \succeq_n)$ e questo per ogni $(\succeq_1, \dots, \succeq_n) \in \mathcal{P}$.

Cerchiamo allora una Φ che soddisfi condizioni ragionevoli:

(U) [dominio universale]: $\mathcal{P} = R^n$, overossia vogliamo che Φ sia definita per ogni profilo di preferenze

(P) [principio di Pareto, o condizione di unanimità]:

$$\forall\ c', c'' \in C, \quad \forall (\succeq_i)_{i \in N} \ : \quad [\ c' \succeq_i c'' \quad \forall i \in N\ ] \Rightarrow c' \sqsupseteq c''^{2}.$$

(IIA) [indipendenza delle alternative irrilevanti]:

$$\forall\ (\succeq_i)_{i \in N} \quad \text{e} \quad \forall (\succeq'_i)_{i \in N} :$$

$$\forall\ \hat{c}, \hat{\hat{c}} \in C \quad \left([(\hat{c} \succeq_i \hat{\hat{c}}) \Leftrightarrow (\hat{c} \succeq'_i \hat{\hat{c}})\ \ \forall i \in N] \ \Rightarrow \ [\hat{c} \sqsupseteq \hat{\hat{c}} \Leftrightarrow \hat{c} \sqsupseteq' \hat{\hat{c}}] \right)$$

L'interpretazione di (IIA) è che, nel voler determinare le preferenze *collettive* tra due alternative $\hat{c}, \hat{\hat{c}}$, io devo guardare solo alle preferenze dei vari individui relativamente a $\hat{c}$ e $\hat{\hat{c}}$. Gli altri elementi non c'entrano. Come già visto, la regola di Borda è un esempio di violazione di (IIA).

Teorema (Arrow, 1951 e 1963). Sia $\Phi : \mathcal{P} \to R$ che soddisfi U, P, IIA. Allora Φ è dittatoriale.

Implementazione : formalizzazione

Ci porremo il problema di *implementare* una data social choice rule. Per strutturare il problema abbiamo bisogno di fissare ancora due elementi.
Uno è il tipo di gioco che pensiamo di fare giocare ai vari individui, o per meglio dire a quale formalizzazione siano interessati: può essere un gioco in

[2] Indico per comodità $\Phi((\succeq_i)_{i \in N}) = \sqsupseteq$, e di conseguenza $\sqsupset$ per $\Phi((\succ_i)_{i \in N})$ ($\sqsupseteq$ e (non $\sqsubseteq$))

forma strategica o in forma estesa, ad informazione completa od incompleta. Noi ci occuperemo solamente di giochi in forma strategica ad informazione completa.

L'altro elemento riguarda il tipo di *razionalità strategica* che presupponiamo, e che verrà incorporato nella scelta di un particolare concetto di soluzione: equilibrio di Nash, strategie dominanti, equilibri correlati, strategie razionalizzabii, evolutionary stable strategies (ESS), equilibri perfetti nei sottogiochi, equilibri perfetti (propri, persistenti), equilibri di qualche sistema di apprendimento, etc ...
Noi ci limiteremo al concetto di equilibrio di Nash (si noti che l'avere scelto la forma strategica di per sé rende inapplicabili concetti tipici della forma estesa, quali gli equilibri perfetti nei sottogiochi, così come gli equilibri sequenziali (cfr Milgrom e Weber)).

I problema sarà quindi il seguente: data una choice rule, come implementarla, quale equilibrio di Nash per un opportuno gioco in forma strategica? Vanno però ancora precisate alcune cose. Teniamo presente che il decisore centrale non può imporre le preferenze ai giocatori[3]! Quindi lui potrà scegliere solo la game form. Cioè il gioco fisico da fare giocare, che però poi avrà uno oppure un altro equilibrio di Nash a seconda di quali siano le preferenze dei giocatori.

Quindi sarà opportuno *spezzare* anche formalmente un gioco nelle sue due componenti: game form e preferenze dei giocatori.

Fin qui abbiamo visto una pre - descrizione a chiacchiere di quanto faremo formalmente. C'è però un punto importante che non può essere sottaciuto: c'è una apparente contraddizione in quello che stiamo facendo. Da una parte abbiamo il decisore centrale che non conosce le preferenze dei giocatori (se no potrebbe imporre per legge[4] l'oggetto $c \in C$ che lui associa mediante f alle preferenze dei giocatori).

Questo conduce naturalmente ad una modellizzazione ad informazione incompleta. Potrebbe quindi esserci una contraddizione: perché considerare l'equilibrio di Nash anziché quello Nash - bayesiano in un contesto di informazione incompleta? Ancora peggio: perché modellizzare l'interazione strategica dei giocatori come gioco ad informazione completa (come è stato già anticipato), se siamo evidentemente in un contesto di informazione incompleta? A questa domanda risponde Maskin. L'argomentazione principale è la segente: può benissimo succedere che il decisore centrale non conosca le preferenze dei giocatori mentre loro se le conoscono reciprocamente.

---

[3] In questo modello che studiamo. Ma con un pò di pubblicità...

[4] Se può. Ma, comunque, il problema cambia se il boss sa le preferenze!!

Altra situazione in cui la implementazione in Nash può avere senso è quando il decisore centrale è un constitutional designer.

Passiamo finalmente alla formalizzazione. Abbiamo:

- n individui ($\{1, 2, \dots, n\} = N$)
- C insieme finito (degli oggetti di scelta, o conseguenza)
- $\mathcal{P}$ un insieme di profili di preferenze. Indicheremo con $\succeq$ un generico elemento di $\mathcal{P}$. Attenzione che $\succeq = (\succeq_1, \dots, \succeq_n)$, con $\succeq_i$ preordine totale su C per ogni $i \in N$.
- $f : \mathcal{P} \rightrightarrows C$ una corrispondenza (cioè $f(\succeq)$ è un sottoinsieme non vuoto di C per ogni $\succeq \in \mathcal{P}$). È la choice rule.

Diremo *game form strategica a conseguenze in* C[5] una terna $G = (N, (A_i)_{i \in N}, g)$, dove N è quello di prima, gli A_i sono insiemi e $g : A \to C$ è detta outcome function ($A = \Pi_{i \in N} A_i$; C è quello di prima).

È evidente che una game form e un profilo di preferenze ci danno un gioco in forma strategica:
$(N, (A_i)_{i \in N}, \sqsupseteq_i) = (G, \succeq)$, dove $a' = (a'_1, \dots, a'_n) \sqsupseteq_i (a''_1, \dots, a''_n) = a''$ se e solo se $g(a') \succeq_i g(a'')$.

Naturalmente saremo interessati ad un dato insieme $\mathcal{G}$ di game forms.

E abbiamo anche bisogno (in generale) di un *solution concept*, che è una corrispondenza $\mathcal{S}$ che ad ogni gioco $(G, \succeq)$ tale che $G \in \mathcal{G}$ e $\succeq \in \mathcal{P}$, associa un sottoinsieme di A.

Ovviamente per noi $\mathcal{G}$ sarà $\mathcal{N}$, che ad ogni gioco assegna i profili di strategia che sono equilibrio di Nash.

Possiamo finalmente parlare di implementazione.

Definizione (179.1 di Osborne - Rubinstein) Sia dato un *environment* $\mathcal{E} = (N, C, \mathcal{P}, \mathcal{G})$. E sia $\mathcal{S}$ un solution concept per $\mathcal{E}$. Sia infine $f : \mathcal{P} \rightrightarrows C$ una choice rule. Diremo che $G = (N, (A_i)_{i \in N}, g) \in \mathcal{G}$ $\mathcal{S}$*-implementa* f se:

$$\forall \succeq \in \mathcal{P} \ , \qquad g(\mathcal{S}(G, \succeq)) = f(\succeq)$$

Ovviamente diremo che f è $\mathcal{S}-$implementabile se esiste G che $\mathcal{S}$- implementa f.

Per una rappresentazione diagrammatica della definizione, vedasi la figura 1.

[5] d'ora in poi detta game form, se non cè rischio di confusione

$$\begin{tikzcd} \mathcal{P} \arrow[rr, "f"] \arrow[dr, "G"'] & & C \\ & (G, \succeq) = (N, A, \sqsupseteq) \xrightarrow{\mathcal{S}} A \arrow[ur, "g"'] & \end{tikzcd}$$

$\uparrow$
vero profilo
di preferenze

Figura 1. (G $\mathcal{S}$-implementa f)

Sia $\hat{\succeq} \in \mathcal{P}$

$$\begin{tikzcd} \hat{\succeq} \arrow[rr, "f"] \arrow[dr, "G"'] & & f(\hat{\succeq}) \ni g(a^*) \\ & (G, \hat{\succeq}) = (N, A, \hat{\sqsupseteq}) \xrightarrow{\mathcal{S}} \{(\sqsupseteq)_{j \in N} \ldots\} \arrow[ur, "g"'] & \end{tikzcd}$$

Figura 2. (truthful $\mathcal{S}$-implementazione f)

"Truthful implementation" e "revelation principle"

Vediamo ora la nozione di truthful $\mathcal{G}$- implementation.

Definizione (179.2 di O- R). Sia $\mathcal{E} = (N, C, \mathcal{P}, \mathcal{G})$ un environment con la condizione che per ogni $G = (N, (A_i)_{i \in N}, g) \in \mathcal{G}$ si ha che $A_i = \mathcal{P} \quad \forall i \in N$. Sia $\mathcal{S}$ un solution concept ed f una choice rule. Diremo che $G \in \mathcal{G}$ truthfully $\mathcal{S}$ - implementa la choice rule f se $\forall \succeq \in \mathcal{P}$ si ha:

- $a^\star \in \mathcal{S}(G, \succeq)$, dove $a^\star = (a_i^\star)_{i\in N}$ e $a_i^\star = \succeq \quad \forall i \in N$
  (cioè: $a^\star$ ci dice che ogni giocatore riporta il vero profilo di preferenze)
- $g(a^\star) \in f(\succeq)$
  (cioè: l'esito che si ottiene dal gioco se ogni giocatore riporta il vero profilo di preferenze è uno di quelli buoni, cioè è tra quelli che la choice rule individua).

Questo è uno schema generale, non ristretto al solo equilibrio di Nash. Ma il *revelation principle* lo troveremo per gli equilibri di Nash.

Teorema (Lemma 185.2 di O- R) *Revelation principle.* Sia $\mathcal{E}$ un environment. Se f è $\mathcal{N}$-implementabile, allora f è anche truthfully $\mathcal{N}$-implementabile.

Dimostrazione Si tratta di utilizzare l'idea di funzione composta, e poco più.

Sia $G = (N, (A_i)_{i\in N}, g)$ una game form che Nash-implementa $f : \mathcal{P} \rightrightarrows C$.

Per ogni $\succeq = (\succeq_1, \ldots, \succeq_n) \in \mathcal{P}$, sia $(a_i(\succeq))_{i\in N}$ un equilibrio di Nash del gioco $(G, \succeq)$.

Definiamo una nuova game - form $G^\star = (N, (A_i)_{i\in N}, g^\star)$. Dove $A_i^\star = \mathcal{P} \quad \forall i \in N$ (siamo obbligati a fare così per definizione di truthful implementation). E dove $g^\star(p) = g((a_i(p_i))_{i\in N})$ per ogni $p \in \Pi_{i\in N} A_i^\star$.

Si noti che ogni p_i è un profilo di preferenze, e quindi p è un profilo di profili di preferenze! Siamo a livelli quasi demenziali. Ma funziona.

Infatti si ha che, dato $\hat{\succeq} \in \mathcal{P} : p^\star = (p_i)_{i\in N}$, con $p_i = \hat{\succeq} \quad \forall \in N$, è un equilibrio di Nash per $(G^\star, \succeq)$. Inoltre, $g^\star(p^\star) \in f(\succeq)$.

Vediamo per esteso la costruzione nel caso di $N = \{I, II\}$, cioè con due giocatori:

Sia $G = (A_I, A_{II}, g)$ una game form che $\mathcal{N}$-implementa $f : \mathcal{P} \rightrightarrows C$.

Per ogni $\succeq \in \mathcal{P}$, sia $(a_I(\succeq), a_{II}(\succeq))$ equilibrio di Nash per $(G, \succeq)$.

Definiamo $G^\star = (\mathcal{P}, \mathcal{P}, g^\star)$, dove:
$g^\star\big((\succeq'_I, \succeq'_{II}), (\succeq''_I, \succeq''_{II})\big) = g(a_I(\succeq'_I, \succeq'_{II}), a_{II}(\succeq''_I, \succeq''_{II}))$.

Sia allora $\hat{\succeq} \in \mathcal{P}$. Dobbiamo dimostrare che $(\hat{\succeq}, \hat{\succeq})$ è equilibrio di Nash del gioco costruito a partire dalla game - form $G^\star$ e dalle preferenze $\hat{\succeq}$.

Cioè che:

$$g^\star\Bigg((\hat{\succeq}_I, \hat{\succeq}_{II}), (\hat{\succeq}_I, \hat{\succeq}_{II}) \Bigg) \quad \hat{\succeq}_I \quad g^\star\Bigg((\succeq_I, \succeq_{II}), (\hat{\succeq}_I, \hat{\succeq}_{II}) \Bigg) \quad \forall (\succeq_I, \succeq_{II} \in \mathcal{P})$$

(e ovviamente l'analoga condizione per II, che non trascrivo). Vale a dire:

$$g\Bigg(a_I(\hat{\succeq}_I, \hat{\succeq}_{II}), a_{II}(\hat{\succeq}_I, \hat{\succeq}_{II}) \Bigg) \quad \hat{\succeq}_I \quad g\Bigg(a_I(\succeq_I, \succeq_{II}), a_{II}(\hat{\succeq}_I, \hat{\succeq}_{II}) \Bigg)$$

$$\forall (\succeq_I, \succeq_{II}) \in \mathcal{P}$$

Ma noi sappiamo che $(a_I(\hat{\succeq}_I, \hat{\succeq}_{II}), a_{II}(\hat{\succeq}_I, \hat{\succeq}_{II}))$ è equilibrio di Nash per $(G, \succeq)$.

Quindi:

$$g(a_I(\hat{\succeq}_I, \hat{\succeq}_{II}), a_{II}(\hat{\succeq}_I, \hat{\succeq}_{II})) \quad \hat{\succeq}_I \quad g(a'_I, a_{II}(\hat{\succeq}_I, \hat{\succeq}_{II}))$$

$$\forall a'_I \in \mathcal{P}$$

E quindi sarà vero, a maggior ragione per gli a' del tipo $a_I(\succeq_I, \succeq_{II})$.

Funziona!

Ora che abbiamo visto un esempio di *revelation principle* in azione, con tutti i dettagli, è il caso di mettere in evidenza i problemi di questo concetto. Questi sono essenzialmente due, come si vede dalla definizione:

- possono esserci soluzioni NON truth telling (cioè non si chiede che $\{a^\star\} = \mathcal{S}(G, \succeq) \quad \forall \succeq \in \mathcal{P}$):
- possono esserci profili di preferenze per i quali non ogni esito preferito secondo f è una soluzione del gioco
  (cioè non si chiede che $g(\mathcal{S}(G, \succeq)) = f(\succeq)$):

Va detto (e su questo Maskin pone particolarmente l'accento) che non sempre in letteratura è stata prestata la dovuta attenzione a questi difetti.

Condizioni necessarie e condizioni sufficienti di $\mathcal{N}$-implementabilità

Se uno ha ricavato un po' di interesse per il problema di implementazione, gli suggerisco di leggere anche la parte che O- R dedicano alla implementazione in strategie dominanti. Vale anche la pena di vedere Maskin su un approccio, che usa l'idea di *effectivity function*.

QUANTO SEGUE E' RICOPIATO DA Osborne e Rubinstein

Nash Implementation

[We have shown] that any Nash - implementable choice rule is also truthfully Nash - implementable: there is a game form in which (i) each player has to announce a preference profile and (ii) for any preference profile truth -

telling is a Nash equilibrium. This result serves two purposes. First, it helps to determine the boundaries of the set of Nash - implementable choice rules. Second, it shows that a simple game can be used to achieve the objective of a planner who considers truthful Nash equilibrium to be natural and is not concerned about the outcome so long as it is in the set given by the choice rule[6].

Lemma 185.2 (Revelation principle for Nash implementation)
Let $(N, C, \mathcal{P}, \mathcal{G})$ be an environment in which $\mathcal{G}$ is the set of strategic game forms. If a choice rule is Nash-implementable then it is truthfully Nash-implementable.

Proof. Let $G = (N, (A_i)_{i \in N}, g)$ be a game form that Nash - implements the choice rule $f : \mathcal{P} \rightrightarrows C$ and for each $\succeq \in \mathcal{P}$ let $(a_i(\succeq))$ be a Nash equilibrium of the game $(G, \succeq)$. Define a new game form $G^\star = (N, (A_i^\star), g^\star)$ in which $A_i^\star = \mathcal{P}$ for each $i \in N$ and $g^\star(p) = g((a_i(p_i)))$ for each $p \in \prod_{i \in N} A_i^\star$. (Note that each p_i is a preference profile and p is a profile of preference profiles). Clearly the profile $p^\star$ in which $p_i^\star = \succeq$ for each $i \in N$ is a Nash equilibrium of $(G^\star, \succeq)$ and $g^\star(p^\star) \in f(\succeq)$.

Note that it does not follow from this result that in an analysis of Nash implementation we can restrict attention to games in which each player announces a preference profile, since the game that truthfully Nash - implements the choice rule may have non - truthful Nash equilibria that generate outcomes different from that dictated by the choice rule. Note also that it is essential that the set of actions of each player be the set of preference profile, not the (smaller) set of preference relations, as in part (b) of the revelation principle for DSE - implementation (Lemma 181.4).

We now define a key condition in the analysis of Nash implementation.

DEFINITION 186.1 A choice rule $f : \mathcal{P} \rightrightarrows C$ is **monotonic** if whenever $c \in f(\succeq)$ and $c \notin f(\succeq')$ there is some player $i \in N$ and some outcome $b \in C$ such that $c \succeq_i b$ and $b \succ_i' c$.

That is, in order for an outcome c to be selected by a monotonic choice rule when the preference profile is $\succeq$ but not when it is $\succeq'$ the ranking of c relative to some other alternative must be worse under $\succeq'$ than under $\succeq$ for

[6]Rinvio chi fosse interessato a vedere quanto detto negli appunti sugli equilibri correlati a proposito di due definizioni di equilibrio correlato e sul fatto che la prima risulta essere "sufficiente"

at least one individual.

An example of a monotonic choice rule f is that in which $f(\succeq)$ is the set of weakly Pareto efficient outcomes: $f(\succeq) = \{c \in C :$ there is no $b \in C$ such that $b \succ_i c \quad \forall i \in N\}$. Another example is the rule f in which that $f(\succeq)$ consists of every outcome that is a favorite of at least one player: $f(\succ) = \{c \in C :$ there exists $i \in N$ such that $c \succeq_i b \quad \forall b \in C\}$.

PROPOSITION 186.2 Let $(N, C, \mathcal{P}, \mathcal{G})$ be an environment in which $\mathcal{G}$ is the set of strategic game forms. If a choice rule is Nash-implementable then it is monotonic.

Proof. Suppose that the choice rule $f : \mathcal{P} \rightrightarrows C$ is Nash-implemented by a game form $G = (N, (A_i), g), c \in f(\succeq)$, and $c \notin f(\succeq')$. Then there is an action profile a for which $g(a) = c$ that is a Nash equilibrium of the game $(G, \succeq)$ but not of $(G, \succeq')$. That is, there is a player j and action $a'_j \in A_j$ such that $g(a_{-j}, a'_j) \succ'_j g(a)$ and $g(a) \succeq_j g(a_{-j}, a'_j)$. Hence f is monotonic.

EXAMPLE 186.3 (*Solomon's predicament*) The biblical story of the Judgement of Solomon illustrates some of the main ideas of implementation theory. Each of two woman, 1 and 2, claims a baby; each of them knows who is the true mother, but neither can prove her motherhood. Solomon tries to educe the truth by threatening to cut the baby in two, relying on the fact that the false mother prefers this outcome to that in which the true mother obtains the baby while the true mother prefers to give the baby away than to see it cut in two. Solomon can give the baby to either of the mothers or order its execution.
Formally, let a be the outcome in which the baby is given to mother 1, b that in which the baby is given to mother 2, and d that in which the baby is cut in two. two preference profiles are possible:

$$\begin{array}{l} \theta \text{ (1 is the real mother): } a \succ_1 b \succ_1 d \text{ and } b \succ_2 d \succ_2 a \\ \theta' \text{ (2 is the real mother): } a \succ'_1 d \succ'_1 b \text{ and } b \succ'_2 a \succ'_2 d. \end{array}$$

Despite Solomon's alleged wisdom, the choice rule f defined by $f(\theta) = \{a\}$ and $f(\theta') = \{b\}$ is not Nash - implementable, since it is not monotonic: $a \in f(\theta)$ and $a \notin f(\theta')$ but there is no outcome y and player $i \in N$ such that $a \succ_i y$ and $y \succ'_i a$. (In the biblical story Solomon succeeds in assigning the baby to the true mother: he gives it to the other woman than be cut in two. Probably the women did not perceive Solomon's instructions as a strategic game form).

The interest of a result of this type, like that of the folk theorems in Chapter 8, *depends on the reasonableness of the game form constructed in the proof.* A natural component of the game form constructed here is that a complaint against a consensus is accepted only if the suggested alternative is worse for the complainant under the preference profile claimed by the other players. A less natural component is the *shouting* part of the game form, especially since shouting bears no cost here.

The strength of the result depends *on the size of the set of choice rules that are monotonic and have no veto power.* If there are at least three alternative and $\mathcal{P}$ is the set of all preference profiles then no monotonic choice function has no veto power. (This follows from Muller and Satterthwaite (1977, Corollary on p. 417); note that a monotonic choice function satisfies Muller and Satterthwaite's condition SPA). Thus *the proposition is of interest only for either a nondegenerate choice rule or a choice function with a limited domain.*

The game form in the proof of the proposition is designed to cover all possible choice rules. A specific choice rule may be designed to cover all possible choice rules. A specific choice rule may be implemented by a game form that is much simpler. Two examples follow.

Example 189.1 Suppose that an object is to be assigned to a player in the set $\{1, \ldots, n\}$. Assume first that for all possible preference profiles there is a single player who prefers to have the object than not to have it. The choice function that assigns the object to this player can be implemented by the game form in which the set of actions of each player can be implemented by the game form in which the set of actions f each player is {Yes, No} and the outcome function assigns the object to the player with the lowest index who announces Yes if there is such a player, and to player n otherwise. It is easy to check that if player i is the one who prefers to have the object than not to have it then the only equilibrium outcome is that i gets the object.

Now assume that in each preference profile there are two (*privileged*) players who prefer to have the object than no to have it, and that we want to implement the choice rule that assigns to each preference profile the two outcomes in which the object is assigned to one of the players.

The game form just described does not work since, for example, for the profile in which these players are 1 and 2 there is no equilibrium in which player 2 gets the object. The following game form does implement the rule. Each player announces a name of a player and a number. If $n-1$ players announce the same name, say i, then i obtains the object unless he names a different player, say j, in which case j obtains the object. In any other case player who names the largest number gets the object.

Bibliografia

Una piccola bibliografia, “micro-commentata”. Contiene anche riferimenti alla teoria delle aste (che sono meccanismi ben noti!!!)

Akerlof, George [1970]: The market for Lemons: Qualitative Uncertainty and the Market Mechanism,
Quaterly Journal of Economics, 84, 488 - 500.
Si analizzano le distorsioni che l'informazione asimmetrica genera sul mercato.

Arrow, Kenneth J. [1951]: Social Choice and Indiviual Values, Wiley, New York; seconda edizione, con importanti correzioni: 1963.
Il teorema del dittatore. È la *Cowles Commission Foundation Monograph* n. 12.
C'è una traduizione italiana (credo edita dalla Etas Kompass).

Binmore, Ken [1992]: Fun and games, Health, Lexington.
Vedasi il cap. 11 per le aste. Ho preso da qui il materiale per il secondo seminario.

Black, R. D. [1958]: The Theory of Committees and Elections, cambridge University Press.
Interessante anche per l'analisi storica.

Blin J. - M. e Mark A. Satterthwaite [978]: Individual Decision and Group Decisions: The Fundamental Differences, Journal of Public Economics, 10, 247 - 267.
Interessante discussione della relazione tra il teorema di impossibilità di Arrow e la manipolabilità degli schemi di votazione.

Borda, J. C. [1781]: Mémoire sur les elections au scrutin, Mémoire de l'Académie Royale des Scienzes.
Traduzione in inglese in Isis, 44, 1953. Segna, assieme a Condorcet, l'inizio della teoria delle votazioni nei comitati.

Clarke, E. [1971]: Multipart pricing of Public Goods, Public Choice, 8, 19 - 33.
Meccanismo di Clarke e Groves.

Condorcet, Marquis de [1785]: Essai sur l'application de l'analyse á la probabilité des décisions rendues à la pluralité des voix, Parigi, 1785.

Segna, assieme a Borda, l'inizio della teoria delle votazioni nei comitati.

Crawford, Vincent e Joel Sobel [1982]: Strategic information transmission, Econometrica, 50, 1431 - 1452.
Un lavoro importante che affronta il problema di come trasmettere in modo "strategico" l'informazione che si ha.

Dasgupta, Partha, Peter Hammond e Eric Maskin [1979]: The implementation of social choice rules: some general results on incentive compatibility, Review of Economic Studies, 46, 185 - 216.
Un classico per i problemi di implementazione.

D' Aspremont, Claude e L. - A. Gerard - Varet [1979]: Incentives and Incomplete Information, Journal of Public Economics, 11, 25 - 45.
Schema sui rapporti tra pb. incentivi e la struttura dell'informazione a disposizione dei vari agenti coinvolti.

Fahrquason, R. [1969]: Theory of Voting, Yale University Press.
Per la prima volta il problema di votazione viene visto come gioco.

Fundenberg, Drew e Jean Tirole [1991]: Game Theory, MIT Press, Cambridge (massachusset).
vedasi il cap. 7 peri meccanismi bayesiani.

Gibbard, Alan [1973]: Manipulation of voting schemes, Econometrica, 41, 587 - 601.
Viene introdotto il revelation principle.

Glazer J. e C. A. Ma [1989]: Efficient Allocation of a 'Prize' - King Solomon's Dilemma, Games and Economic Behavior, 1, 222 - 223.
L'esempio citato da Osborne e Ruinstein a proposito di implementazione in equilibri di Nash.

Gree, Jerry e Jean - Jacques Laffont [1979]: Incentives in Public Decision Making, North Holland, Amsterdam.
Il titolo dovrebbe essere abbastanza chiaro, no?

Groves, Theodore [1973]: Incentives in Teams, Econometrica, 41, 617 - 631.
Meccanismo di Groves e Clarke.

Haake, Claus - Jochen [1998]: Implementation of the Kalai - Smorodinski

Bargaining Solution in Dominant Strategies, preprint, Institute of Mathematical Economics, University of Bielefeld, Germania.
Recente applicazione della implementazione in Nash, che segue "fedelmente" l'impostazione di Osborne e Rubinstein.

Hart, Oliver [1983]: Optimal Labour Contracts Under Asymmetric Information: An Introduction, Review of Economic Studies, 50, 3 - 35
Contratti con asimmetria di informazione. Un meccanismo che li implementa è il contratto di autorità alla Simon (vedi).

Harsanyi, John C. e Reinhard Selten [1972]: A Generalized Nash Solution for two - person bargaining games with incomplete information, Management Science, 18, P - 80 - P - 106.
La soluzione per bargaining ad informazione incomleta su cui si fonda l'articolo di Myerson del 1979.

Kalai, Ehud e M. Smorodinsky [1975]: Other Soltions to Nas's Bargaining Problem, Econometrica, 43, 513 - 518.
Dopo 25 anni, nuove idee nell'approccio assiomatico al problema della contrattazione. Un assioma diverso ("monotonia") porta a una soluzione diversa da quella di Nash. Qui è riportato come riferimento per capire il lavoro di Haake.

Laffont, Jean - Jacques e Eric Maskin [1982]: The Theory of Incentives: an Overview, in "Advances in Economic Theory", (curatore: Werner Hildenbrand), Cambridge University Press, Cambridge.
Un survey.

Maskin, Eric [1985]: Theory of Implementation in Nash equiibria, in "Social Goals and Social Organization", (curatori: L. Hurwicz, David Scmeidler e H. Sonnenschein), Cambridge University Press, Cambridge, 173 - 204.
Riferimento eccellente per la implementazione in Nash.

Mc Afee R. P. e J. McMillan [1987]: Auctions and Bidding, Journal of Economic Literature, 25, 699 - 738.
Lavor di rassegna, suggerito da Mori.

Milgrom, P. [1989]: Auctions and bidding: A primer, Journal of Economic Perspectives, 3, 3 - 22.
Lavoro di rassegna, "particolarmente consigliato" da Mori.

Milgrom, P. [1985]: The Economics of Competitive Bidding: A Selective Survey, in: "Social Goals and Social Organization", (curatori: L. Hurwicz, David Schmeidler e H. Sonnenschein), Cambridge University Press, Cambridge, 262 - 289.
Lavoro di rassegna, "particolarmente consigliato" da Mori.

Milgrom, P. [1987]:Auction Theory, in: "Advnces in Economic Theory", (curatore: Truman Bewley), Cambridge University Press, Cambridge.
Lavoro di rassegna, suggerito da Mori.

Milgrom, P. e Weber, R. J. [1982]: A Theory of Auctions and Competitive Bidding, Econometrica, 50, 1089 - 11223.
Suggerito da Mori come articolo fondamentale. Modello generale di aste comprendente quelle a valori privati indipendenti, a valori comuni e miste.

Mori, Pier Angelo, e Fioravante Patrone [1992]: Partial Employer Authority as Optimal Labour Contract, manoscritto.
Meccanismi nei contratti di lavoro. Mai pubblicato...

Myerson, Roger B. [1979]: Incentive Compatibility and the Bargaining Problem, Econometrica, 47, 61 - 73.
Cosa si può ottenere nella contrattazione in caso di informazione incompleta. Vedasi anche Harsanyi e Selten.

Myerson, Roger B. [1981]: Optimal Auction Design, Mathematics of Oper. Res. , 6, 58 - 73.
Lavoro fondamentale sulle aste a valori privati indipendenti.

Myerson, Roger B. [1991]: Game theory: Analysis of Conflict, Harvard University Press, Cambridge (MA).
Vedasi in particolare il cap. 6 (usato per giochi con contratti ed equilibri correlati) e cap 10.

Osborne e Ariel Rubinstein [1994]: A Course in Game Theory, MIT Press, Cambridge. (Massachussets).
Queste note sono basate essenzialmente sul cap. 10 di questo libro; vedasi però anche Maskin (1985).

Rasmusen, Eric [1989]: Games and Information, Basil Blackwell, Oxford.
C'è il capitolo 11 che è dedicato alle aste. Traduzione italiana: "Teoria dei giochi ed informazione", Hoepli, Milano, 1993.

Riley, J. G. e W. F. Samuelson [1981]: Optimal Auctions, American Economic Review, 71, 381 - 392.
Suggerito da Mori come articolo fondamentale per le aste (aste a valori privati indipendenti).

Satterhwaite, Mark A.[1975]: Strategy - proofness and Arrow's conditions: existence and correspondence theorems for voting procedures and social welfare functions, J. Econ. Theory, 10, 187 - 217.
Il teorema cosiddetto di Gibbard - Satterthwaite.

Sen, Amartya [1970]: Collective Choice and Social Welfare, Holden - Day, San Francisco.
Ottimo libro di riferimento per la teoria della scelte sociali.

Simon, Herbert [1951]: A Formal Model of the Employment Realtion, Econometrica, 19, 293 - 305.
Contratti d'autorità.

Vickerey, Wiliam [1961]: Counterspeculation, Auctions, and Competitive Sealed tenders, Journal of Finance, 16, 8 - 37.
Il contributo fondamentale di Vickrey sulle aste. In particolare, il "revenue equivalence theorem".

Vilson, R. [1992]: Strategic Analysis of Auctions, in: "Handbook of Game Theory", (curatori: R. J. Aumann e S. Hart), North - Holland, Amsterdam, 228 - 279.
Lavoro di rassegna, suggerito da Mori.