

## Paradosso di S. Pietroburgo

Paradosso di S. Pietroburgo

Sia data la seguente lotteria,

premio	\$2	\$4	\$8	\$16	...	...	$2^k$	...
moneta	$H$	$TH$	$TTH$	$TTTH$	...	...	$TT\dots TH$	...
probabilità	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2^2}$	$\frac{1}{2^3}$	$\frac{1}{2^4}$	...	...	$(\frac{1}{2})^k$	...

dove  $H$  = Head (“Testa”) e  $T$  = Tail (“Croce”)

**Osservazione 1** La probabilità di  $TTHH$  (cioè al 1° lancio esce  $T$ , al 2° lancio esce  $T$ , al 3° lancio esce  $T$ , e al 4° lancio esce  $H$ ) è il prodotto delle probabilità dei singoli eventi in quanto indipendenti,  $Prob(TTHH) = Prob(T) \cdot Prob(T) \cdot Prob(T) \cdot Prob(H)$ .

Guadagno atteso:  $\mathbb{E} = 2 \cdot \frac{1}{2} + 2^2 \cdot \frac{1}{2^2} + 2^3 \cdot \frac{1}{2^3} + \dots + 2^k \cdot \frac{1}{2^k}$

Se si considerano infiniti lanci:

$$1 + 1 + 1 + \dots = \sum_{n=1}^{+\infty} 1 = \infty$$

Quindi una persona che utilizzi il criterio del guadagno atteso dovrebbe essere disposta a pagare una somma anche elevatissima per acquistare un biglietto di questa “lotteria”.

Tuttavia, empiricamente la somma che una persona è disposta a pagare è invece piuttosto bassa.

La funzione guadagno atteso non è la scelta giusta.

Potremmo considerare la funzione d'utilità  $u(x) = 4\sqrt{x}$ .

**Problema 1** Si possono immaginare ragioni di tipo diverso, oltre a quella messa in evidenza da Bernoulli, sul perché uno non sia disposto a scommettere una cifra piuttosto elevata. Trovatene qualcuna.