

## 1 Il caso di più decisori

AVEVAMO VISTO la scalarizzazione in ottimizzazione multi-criterio

Ad ogni alternativa  $x \in X$  associamo:

$$\sum_{k=1}^r \alpha_k f_k(x)$$

$\alpha_k$  indica il “peso” che assegniamo all’individuo  $k$ .

Questo approccio non è nato ieri, e trova le sue radici filosofiche nella teoria dell’utilitarismo (Jeremy Bentham 1748-1832: “Essay on the Influence of Time and Place in Matters of Legislation” e “A Table of the Springs of Action”).

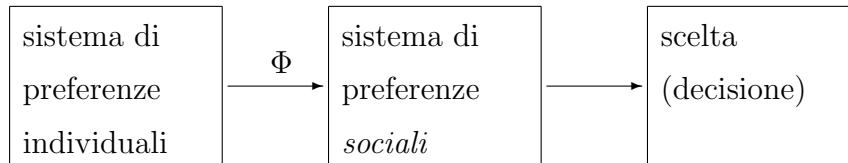
Si tratta di assumere  $\alpha_k = 1$  per ogni  $k$ . Ma si pone un problema: possiamo trovare una scala comune per misurare le  $f_k$ ? Il problema non sta tanto nella  $h$ , quanto nella  $u_k$ , cioè la “funzione di utilità” del decisore  $k$ -esimo.

Vi sono difficoltà rilevanti ad effettuare confronti interpersonali di utilità (ma questi non sono impossibili: vedasi gli approcci di Rawls, Sen, Roemer, per esempio).

Nel dopoguerra (ma le radici di questo approccio si possono far risalire a Pareto), il tentativo di “bypassare” questo problema, spostando l’attenzione dalla “funzione di utilità” del decisore alle sue “preferenze”. Si noti che questo ha funzionato nella modellizzazione dell’equilibrio economico generale: per trovare l’equilibrio (o gli equilibri) di mercato, non serve conoscere la funzione di utilità dei consumatori.

Naturalmente, si assumono preferenze *transitive* per catturare l’idea del decisore razionale.

DIFFICOLTA' DI AGGREGAZIONE: I CASO.  
Kenneth Arrow



NOTA: vogliamo garantire la “razionalità” del sistema di preferenze sociali, quindi chiediamo che sia *transitivo*

CONDIZIONI SU  $\Phi$ :

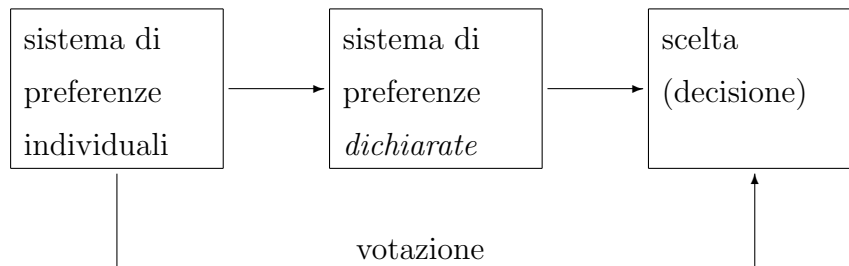
- Universale
- Condizione di unanimità
- Indipendenza dalle alternative irrilevanti
- Non dittatoriale

Risultato (Arrow, 1951, “Social choice and individual values”; seconda edizione 1963): NON POSSIAMO TROVARE NESSUNA  $\Phi$  che soddisfi queste quattro condizioni!

Nota: il teorema di Arrow si applica se le alternative tra cui scegliere sono almeno tre.

## DIFFICOLTA' DI AGGREGAZIONE: II CASO.

Teorema di Gibbard e Satterthwaite:



NOTA: le due frecce orizzontali, che convertono le preferenze individuali in preferenze dichiarate e in scelte, identificano un particolare *meccanismo* che in questo contesto viene detto “meccanismo diretto” ed è collegabile ad un principio molto importante (il “revelation principle”), ma parlare di questi aspetti esula dai fini di queste “slide”.

### CONDIZIONI SUL SISTEMA DI VOTAZIONE:

- Universale
- Unanimità
- Non manipolabilità
- Non dittatoriale

Risultato (Gibbard, A. (1973): “Manipulation of Voting Schemes: A General result”, *Econometrica*, 41, 587-601. Satterthwaite, M. A. (1975): “Strategy-Proofness and Arrow’s Conditions: Existence and Correspondence Theorems for Voting Procedures and Social Welfare Functions”, *Journal of Economic Theory*, 10, 187-217): NON POSSIAMO TROVARE NESSUN metodo di votazione che soddisfi queste condizioni!

Nota: anche il teorema di Gibbard e Satterthwaite si applica se le alternative tra cui scegliere sono almeno tre.

Nota: la condizione di unanimità significa che se l'alternativa  $x$  è la preferita da tutti, il meccanismo di votazione deve garantire che essa venga scelta; può essere rimpiazzata da una condizione più debole (detta "sovranità del cittadino", la quale dice che per ogni alternativa vi è almeno un profilo di preferenze che abbia quella alternativa quale prescelta).

Esempio 1. Il paradosso di Condorcet.

La votazione a maggioranza per determinare le preferenze “sociali” è una procedura che genera preferenze sociali che possono non essere transitive.

<i>DECISORI</i>	<i>PREFERENZE</i>		
<i>I</i>	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>
<i>II</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>A</i>
<i>III</i>	<i>C</i>	<i>A</i>	<i>B</i>

Si vota a maggioranza per stabilire le preferenze sociali.

A meglio di B per 2 decisori su 3, pertanto A batte B

B meglio di C per 2 decisori su 3, pertanto B batte C

C meglio di A per 2 decisori su 3, pertanto C batte A, ma questo viola la transitività!

Conseguenza della NON transitività: importanza dell'*agenda*

Se prima si vota fra A e B vince A, che poi nel confronto con C perde: quindi l'alternativa scelta è C

Invece, se prima si vota fra A e C vince C, che però poi nel confronto con B perde: quindi l'alternativa scelta è B

Esempio 2. La manipolabilità della regola di Borda.

Ognuno dei decisori attribuisce un punteggio alle alternative. Il punteggio più alto deve essere assegnato all'alternativa preferita, e così via, scendendo nei punteggi. L'alternativa meno preferita avrà assegnato un punteggio pari a 1. Si noti che esistono varianti (es.: i punteggi di "Formula 1").

<i>decisori</i> \ alternative	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>E</i>
<i>I</i>	5	1	3	2	4
<i>II</i>	1	2	3	4	5
<i>III</i>	3	4	5	2	1
<i>totale</i>	9	7	11	8	10

Il punteggio totale massimo è 11 e quindi viene scelta l'alternativa C.

Ma se 1 vota "strategicamente", il risultato può essere manipolato in suo favore (naturalmente, anche gli altri possono votare "strategicamente" e quindi il risultato effettivo è difficilmente prevedibile).

Basta guardare la tabella seguente, dove 1 non fa altro che scambiare il punteggio assegnato alle alternative B e C. In questo modo risulta essere scelta l'alternativa E, che il decisore 1 preferisce alla alternativa C, risultante da votazioni "oneste".

<i>decisori</i> \ alternative	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>E</i>
<i>I</i>	5	3	1	2	4
<i>II</i>	1	2	3	4	5
<i>III</i>	3	4	5	2	1
<i>totale</i>	9	9	9	8	10

Un fenomeno importante nelle situazioni di interazione strategica.

Il risultato di interazione strategica fra decisori RAZIONALI e INTELLIGENTI può essere INEFFICIENTE.

Esempio classico (un altro, ancora più classico, lo vediamo domani): la *tragedia dei commons*.

Abbiamo due decisori, ciascuno dei quali ha un controllo parziale sulle variabili decisionali. Abbiamo cioè una situazione descrivibile formalmente nel modo seguente:

$$\begin{aligned} X \times Y &\xrightarrow{f} \mathbb{R} \\ X \times Y &\xrightarrow{g} \mathbb{R} \end{aligned}$$

Qui  $f$  e  $g$  sintetizzano la diversa valutazione che i due decisori hanno della conseguenza che scaturisce dalla scelta  $(x, y)$ . E' fondamentale notare che il primo decisore (esempio: il pescatore Mario) controlla solo la variabile  $x$  (sforzo di pesca di Mario), mentre il secondo (il pescatore Nino) controlla la variabile  $y$  (sforzo di pesca di Nino).

Se l'attività di pesca viene esercitata da entrambi nella stessa zona (un lago, nel quale solo loro due pescano), naturalmente quanto pesca sia Mario che Nino dipende sia dal suo sforzo di pesca che anche dallo sforzo di pesca dell'altro.

Ora, possiamo immaginare che vi sia un livello complessivo di sforzo da parte di Mario e di Nino che garantisce loro la massima redditività (per esempio in termini di peso pescato). Indichiamo con  $\bar{x}$  lo sforzo che dovrebbe essere esercitato da Mario e  $\bar{y}$  quello di Nino. Se riescono ametersi d'accordo su come spartirsi il sovrappiù che ricavano dall'accordo (supponiamo di sì, ma non è una ipotesi da poco) e se c'è una *autorità* in grado di *far rispettare* l'accordo, tutto bene.

Ma se non esiste questa autorità, allora può benissimo esistere un diverso livello di sforzo (diciamo  $x_0$ ) che, se esercitato da Mario, nell'ipotesi che Nino si attenga all'accordo, offre a Mario un risultato migliore.

In formule:

$$f(x_0, \bar{y}) > f(\bar{x}, \bar{y})$$

Detto altrimenti, non c'è alcun motivo per cui la scelta "ottimale"  $(\bar{x}, \bar{y})$  debba essere una scelta di *equilibrio strategico* (detto usualmente equilibrio di Nash). Se indichiamo con  $(\hat{x}, \hat{y})$  l'equilibrio, sotto opportune (ma ragionevoli)

condizioni su  $f$  e  $g$  si ha che:

$$f(\hat{x}, \hat{y}) < f(\bar{x}, \bar{y})$$

$$g(\hat{x}, \hat{y}) < g(\bar{x}, \bar{y})$$

Ora, l'equilibrio  $(\hat{x}, \hat{y})$  sta ad indicare le scelte che coi aspettiamo facciamo i due decisori *in assenza di una autorità che possa rendere vincolante l'accordo* eventualmente raggiunto fra loro. E le disuguaglianze sopra, se sono soddisfatte, ci dicono che l'equilibrio è inefficiente (in senso paretiano).

\* \* \* \* \*

Allego qui alcune righe che avevo scritto recentemente su un fenomeno di "tragedia dei commons" che ci riguarda tutti in quanto utilizzatori della posta elettronica...

La diffusione di "spam mail", ovvero dei messaggi di posta elettronica "spazzatura" sta avendo degli effetti negativi significativi, tanto da innescare reazioni che potrebbero portare alla fine della gratuità della posta elettronica. Oggi si paga per poter accedere alla rete, ma all'interno della rete servizi quali la "navigazione" ed il mandare o ricevere posta elettronica sono gratuiti.

Cosa sta succedendo? Molto semplicemente, si sta realizzando sotto i nostri occhi una ennesima "tragedia dei commons". Questo termine ha trovato ampia diffusione a partire da un articolo di Garrett Hardin, apparso su Science nel '68, nel quale l'autore riproponeva l'antica tesi malthusiana sulla sovrappopolazione, inserendovi un elemento nuovo, ovvero la sottolineatura del ruolo delle decisioni individuali che, pur se "razionali" dal punto di vista del singolo, portano a risultati negativi per la collettività. Il nome trae lo spunto da un esempio descritto in dettaglio da Hardin, relativo ai cosiddetti "commons" inglesi, terre che erano a disposizione di ciascun abitante del villaggio per il pascolo, e la cui recinzione nel XVI secolo ha avuto conseguenze rilevanti sulla storia dell'Inghilterra.

Dove sta la "tragedia"? Possiamo vederlo bene in riferimento alla spam mail. Con l'espandersi della rete, e soprattutto con l'apertura dell'accesso ai privati, si è creato un potenziale mercato di vastissime proporzioni. A questo si deve aggiungere il fatto che è possibile poter contattarne ungran numero di persone mediante messaggi di posta elettronica, con un costo irrisorio, a fronte di prospettive di guadagno che invece irrisorie non sono, anche se la percentuale di "contatti" realizzati per questa via e che portano alla conclusione poi di una qualche forma di transazione è in genere molto bassa. La conseguenza facile da intravedere è che il *terreno comune* rappresentato dalla rete viene reso molto meno fruibile per tutti (compresi coloro che mandano



la "spam mail"), per via soprattutto del tempo perso ad eliminare i messaggi indesiderati. Come si confà al termine "tragedia", senza che intervengano fatti nuovi il risultato finale sarebbe quello di un significativo abbandono della rete, con un effetto negativo anche su coloro che ne sono la causa.

I fatti nuovi potrebbero essere rappresentati da proposte quali quella avanzata da Gates, di introdurre una sorta di "francobollo" per i messaggi di posta elettronica, nel senso di abbandonare l'idea di completa gratuità nello spedire e ricevere email. Non vorrei entrare nelle problematiche di carattere tecnico che questa idea pone: mi limito a notare come anche qui si incontrano una serie di difficoltà, come è tipico laddove si voglia tentare di eliminare o quanto meno addolcire le conseguenze dello sovrasfruttamento di risorse comuni.

L'aspetto che vorrei sottolineare è la pervasività di questo tipo di situazioni. Forse l'esempio più rilevante è dato dall'inquinamento e dal problema dei cosiddetti "gas di serra". Ma gli esempi sono molti: dalla pesca non regolamentata in acque internazionali, alla sparizione delle grandi mandrie di bufali nelle praterie del Nord America, per finire con la pubblicità cartacea che inonda le nostre cassette. Caratteristica comune è che l'azione del singolo, nel perseguire i suoi interessi, ha un effetto perverso (altro che "mano invisibile"! ) a livello collettivo. E, si noti bene, l'effetto perverso può essere di tale acutezza da riuscire alla fine in uno svantaggio anche per chi lo provoca: si pensi alle flotte di baleniere, ormai ferme o quasi. Non a caso la teoria dei giochi, che si occupa "statutariamente" delle decisioni individuali in situazioni interattive ha la tragedia dei commons come uno dei campi di indagine importanti, e tra le "soluzioni" che intravede vi sono sia quelle analoghe alla proposta di Gates, sia quelle che puntano su una soluzione cosiddetta "cooperativa", basata cioè sulla stipula di accordi vincolanti fra i decisori interessati. Nessuna delle strade è facile da percorrere: l'accordo di Kyoto, con le sue difficoltà, sta ad indicare quanto sia importante l'assenza di una autorità internazionale dotata di effettivi poteri, per giungere ad un accordo e renderlo operativo.