

Corso di Teoria delle Decisioni

Esercitazioni

Lezione 2 – 22/09/04

Docente: S. Moretti

<http://www.dima.unige.it/~moretti/>

Sommario decisioni in condizioni di certezza

- Un insieme di oggetti X (panieri di beni)
- Una relazione \succsim su X e' un *preordine totale* se
 - **riflessiva**: per ogni $x \in X$, $x \succsim x$;
 - **transitiva**: per ogni $x, y, z \in X$, $x \succsim y$ e $y \succsim z \Rightarrow x \succsim z$
 - **totale**: per ogni $x, y \in X$, $x \succsim y$ o $y \succsim x$.
- Una relazione \succ su X e' *asimmetrica* se non esiste una coppia $x, y \in X$ tale che $x \succ y$ e $y \succ x$
- Una relazione \succ su X e' *negativamente transitiva* se per ogni $x, y, z \in X$ tale che non $[x \succ y]$ e non $[y \succ z]$ implica non $[x \succ z]$

Esercizio 1:

dimostrare che le definizioni date di asimmetria e transitività negativa corrispondono alle seguenti:

- *asimmetria*: per ogni $x, y \in X$, $x \succ y \Rightarrow \text{non}[y \succ x]$;

- *transitività negativa*: per ogni $x, y \in X$, se $x \succ y \Rightarrow x \succ z$ o $z \succ y$ per ogni $z \in X$.

• Ricordo data \succ su X possiamo definire \succcurlyeq come segue

Per ogni $x, y \in X$, $\text{non}(y \succ x) \Rightarrow x \succcurlyeq y$

• Oppure data \succcurlyeq su X possiamo definire \succ come segue

Per ogni $x, y \in X$, $\text{non}(y \succ x) \Leftrightarrow x \succcurlyeq y$

Teorema. Siano \succ e \succcurlyeq relazioni su X tali che per ogni $x, y \in X$, $\text{non}(y \succ x) \Leftrightarrow x \succcurlyeq y$. Allora

1- \succ è asimmetrica $\Leftrightarrow \succcurlyeq$ è totale

2- \succ è negativamente transitiva $\Leftrightarrow \succcurlyeq$ è transitiva

Dimostrazione.

\Rightarrow

1- dall'asimmetria non esiste coppia $x, y \in X$ tale che $x \succ y$ e $y \succ x$. Quindi deve essere vero $\text{non}[x \succ y]$ o $\text{non}[y \succ x]$ o entrambi. Perciò per ogni $x, y \in X$ si deve avere $y \succcurlyeq x$ o $x \succcurlyeq y$. Quindi \succcurlyeq è totale.

2- utilizzando la definizione di \succcurlyeq , la transitività negativa di \succ diventa: per ogni $x, y, z \in X$ tale che $x \succcurlyeq y$ e $y \succcurlyeq z$ implica $x \succcurlyeq z$. Questa è la transitività di \succcurlyeq .

Esercizio 2: provare \Leftarrow .

Esercizio:

- Definiamo su \mathbf{R}^2 la relazione \gg tale che per ogni $(x_1, x_2), (y_1, y_2) \in \mathbf{R}^2$ si ha

$$(x_1, x_2) \gg (y_1, y_2) \Leftrightarrow (x_1 > y_1) \text{ e } (x_2 > y_2)$$

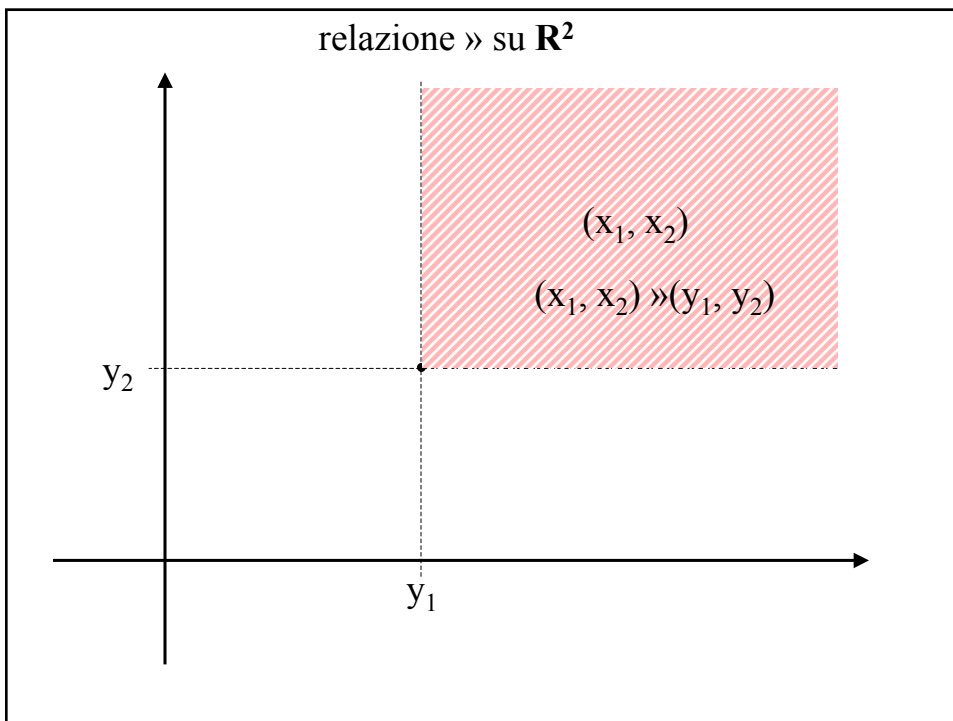
- A partire da \gg , definiamo su \mathbf{R}^2 la relazione \ggg tale che per ogni $(x_1, x_2), (y_1, y_2) \in \mathbf{R}^2$ si ha

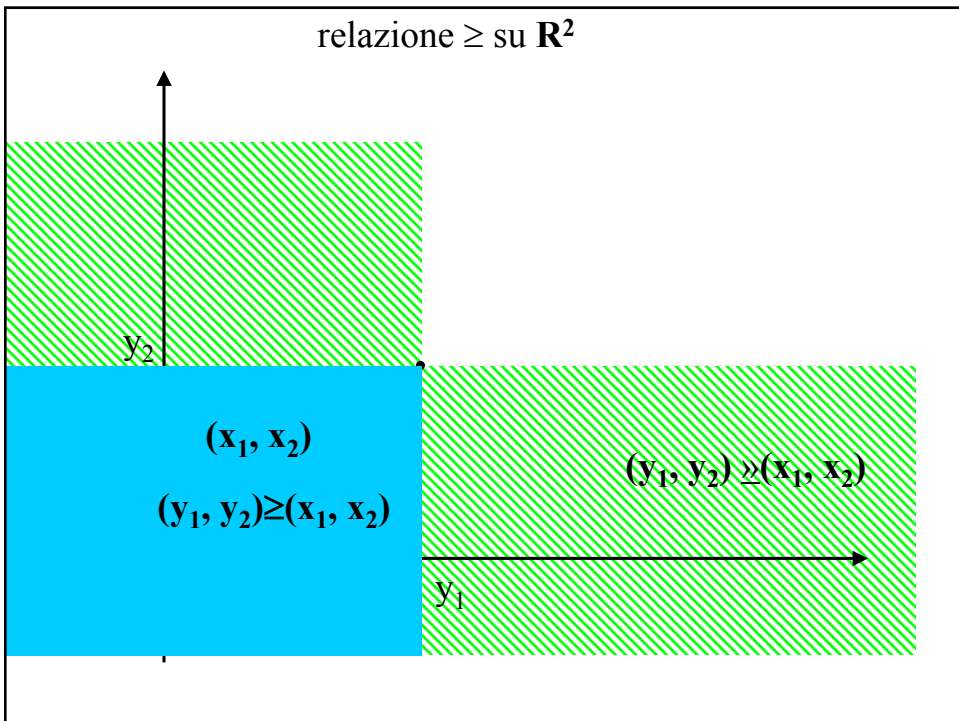
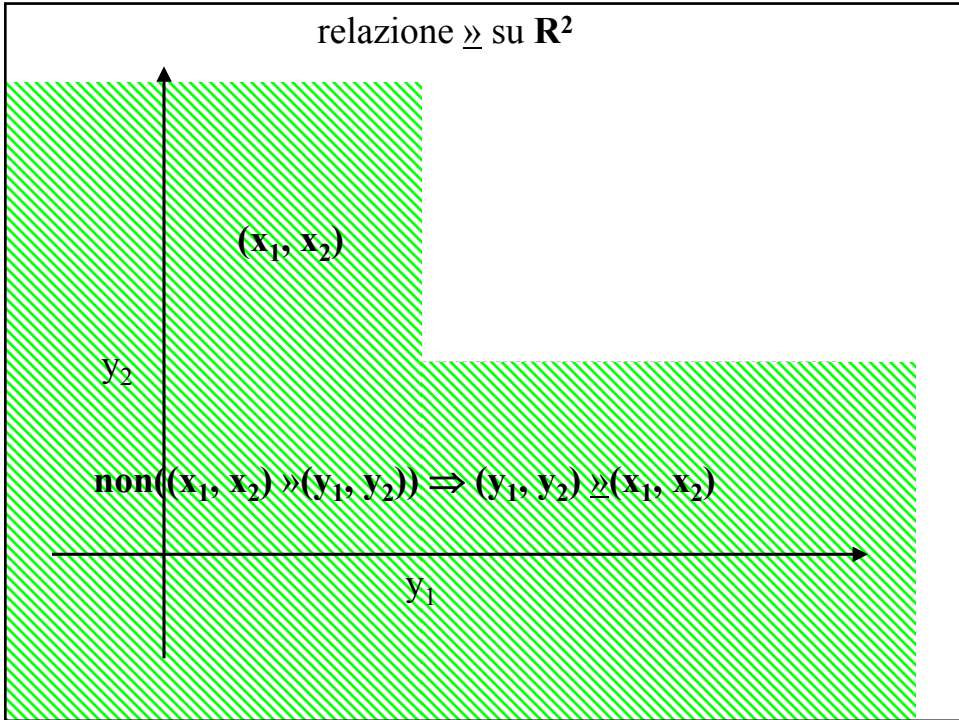
$$\text{non}((y_1, y_2) \gg (x_1, x_2)) \Leftrightarrow (x_1, x_2) \ggg (y_1, y_2)$$

- Infine definiamo su \mathbf{R}^2 la relazione \geq tale che per ogni $(x_1, x_2), (y_1, y_2) \in \mathbf{R}^2$ si ha

$$(x_1, x_2) \geq (y_1, y_2) \Leftrightarrow (x_1 \geq y_1) \text{ e } (x_2 \geq y_2)$$

Domanda: ci aspettiamo, per analogia con quanto accade per l'ordinamento naturale su \mathbf{R} , che \geq e \ggg siano la stessa relazione su \mathbf{R}^2 ?

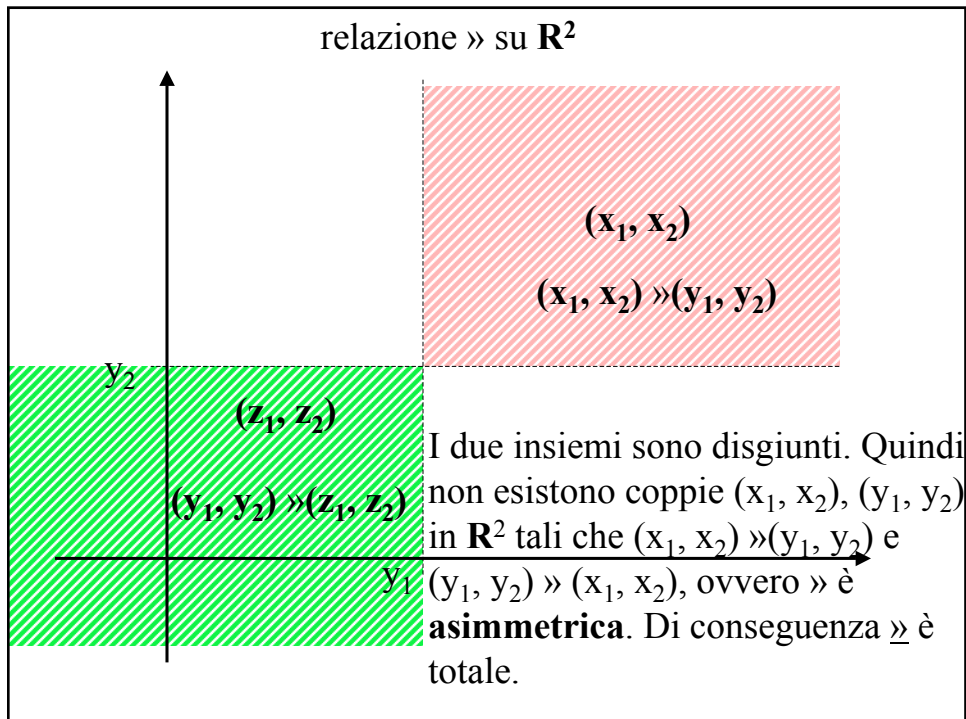


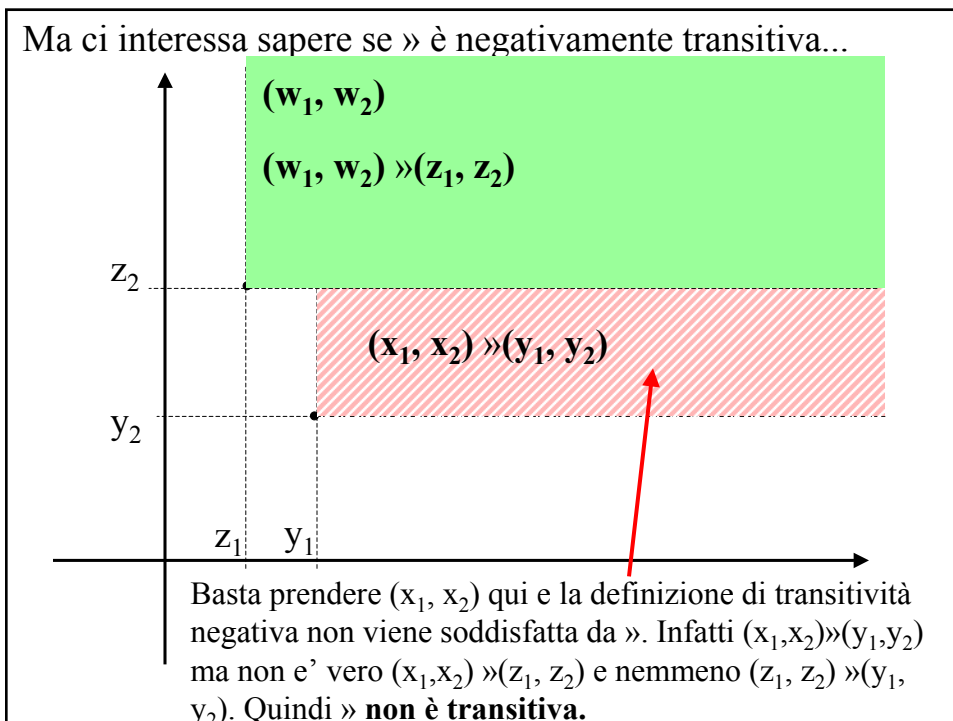
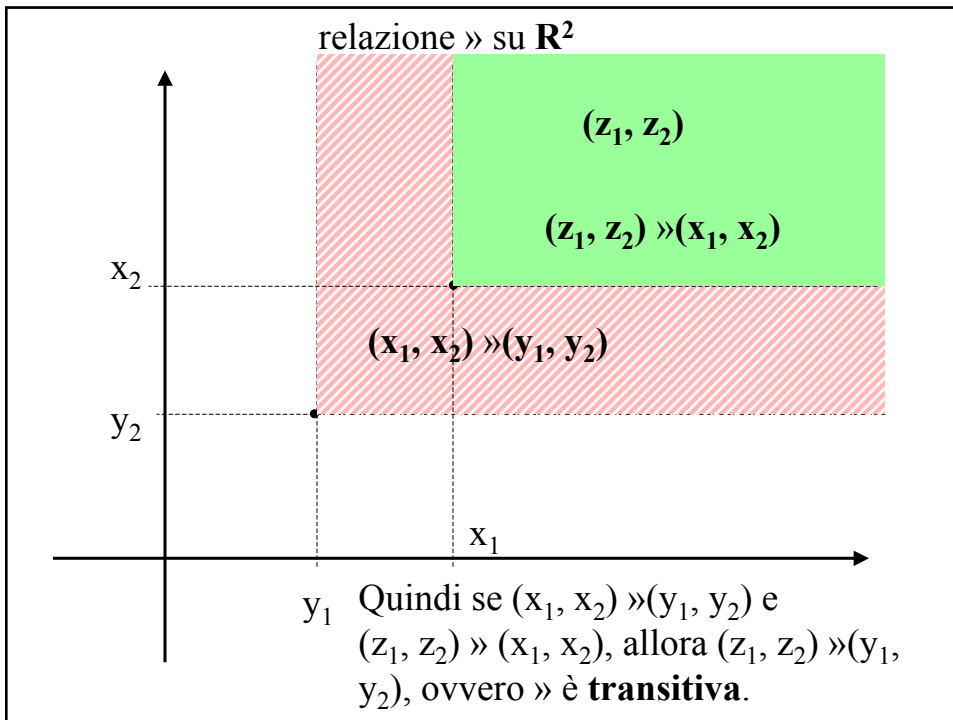


Domanda: ci aspettiamo, per analogia con quanto accade per l'ordinamento naturale su \mathbf{R} , che \geq e \gg siano la stessa relazione su \mathbf{R}^2 ?

Risposta (ovvia, adesso): No.

Nuova domanda: Quale tra le due relazioni \geq e \gg rappresenta un preordine totale su \mathbf{R}^2 ?

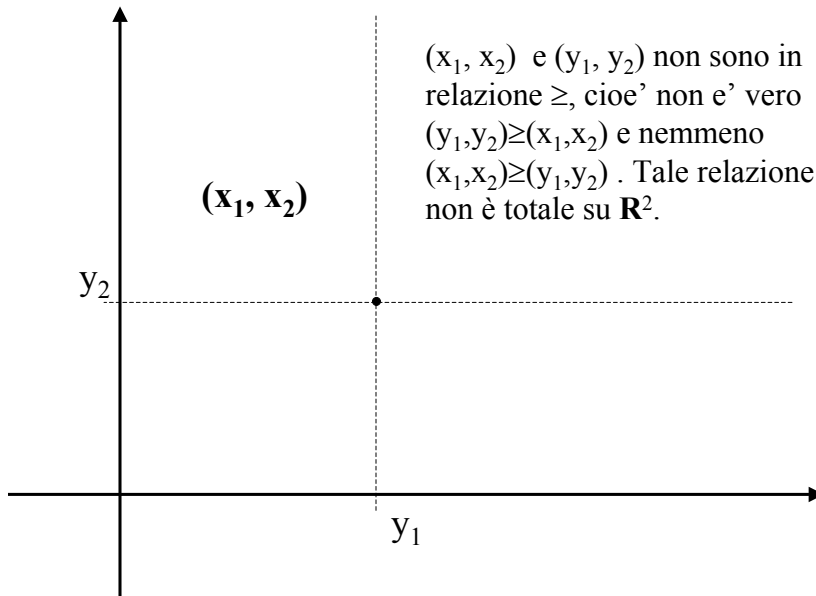




Esercizio svolto: dimostrare attraverso un controesempio sul piano cartesiano che la relazione \succcurlyeq su \mathbf{R}^2 non è transitiva.

$(w_1, w_2), t.c.(z_1, z_2) \succcurlyeq (w_1, w_2)$

Basta prendere (x_1, x_2) qui e la definizione di transitività non viene soddisfatta da \succcurlyeq . Infatti $(y_1, y_2) \succcurlyeq (z_1, z_2)$, $(z_1, z_2) \succcurlyeq (x_1, x_2)$ ma non è vero $(y_1, y_2) \succcurlyeq (x_1, x_2)$.



Domanda: ci aspettiamo, per analogia con quanto accade per l'ordinamento naturale su \mathbf{R} , che \geq e \gg siano la stessa relazione su \mathbf{R}^2 ?

Risposta (ovvia, adesso): No.

Nuova domanda: Quale tra le due relazioni \geq e \gg rappresenta un preordine totale su \mathbf{R}^2 ?

Risposta: Nessuna delle due.

Esercizio 4: La relazione \geq su \mathbf{R}^2 è asimmetrica? E' un ordinamento su \mathbf{R}^2 ?

L'approccio RESCON

- RESCON è l'approccio utilizzato dalla World Bank per valutare diversi progetti inerenti alla gestione delle dighe (con particolare riguardo ai sedimenti che ne derivano)
- La WB sceglie il progetto che massimizza il NPV (Net Present Value) tra quelli che soddisfano un vincolo di *safeguard* imposto dalla WB stessa in relazione alla situazione ed alla sua politica.
- Ogni progetto viene valutato sulla base dell'impatto sociale e ambientale, individuando 6 diverse tipologie di impatto: Natural Habitats, Human Uses, Resettlement, Cultural Assets, Indigenous Peoples, Trans-boundary Impacts.
- Per ognuna delle 6 tipologie viene stimato l'entità del danno su una scala che va da 1 a 4

Safeguard Ratings for Each Sediment Management Strategy	Safeguard Ratings
No impact and potential benefits	1
Minor impact	2
Moderate impact	3
Significant impact	4

Project	Natura Habitats	Human Uses	Resettlement	Cultural Assets	Indigenous People	Transboundary Impacts	Total	Policy level of the project
p1	1	1	1	1	1	1	6	A
p2	2	1	1	2	1	2	9	B
p3	1	2	2	1	3	1	10	C
p4	1	1	4	1	3	3	13	?
p5	2	2	2	2	2	2	12	?
p6	3	1	1	1	1	1	8	?

Tabella 2

Safeguard Policy Criteria	Interpretation	Policy Level
6	No impact and potential benefits	A
7 to 11, with no 3's	Minor impact	B
12 to 15 or at least one 3	Moderate impact	C
16 or higher, or at least 4.	Significant impact	D

Esercizio 4: Completare la tabella in alto ponendo il livello di policy in accordo al criterio riportato nella tabella 2. Le classi A,B,C e D rappresentano classi di indifferenza sull'insieme dei progetti per il decisore? Se si', in che termini si potrebbe parlare di preferenze del decisore sui progetti e quale potrebbe essere una rappresentazione numerica di tali preferenze?